

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Макушев Андрей Егорович  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 07.08.2025 15:51:18  
Уникальный программный ключ:  
4c46f2d9dda3fafb9e57683c1e1a1915e

# МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«**Чувашский государственный аграрный университет**»

(ФГБОУ ВО Чувашский ГАУ)

Кафедра математики, физики и информационных технологий



## **Теория механизмов и машин**

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины и выполнению  
курсовой работы для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
35.03.06 Агроинженерия

УДК 621.01 (076.5)

**Рецензент** канд. техн. наук, доцент кафедры технического сервиса федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Чувашская государственная аграрная академия наук» А.О. Васильев.

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины и выполнению курсовой работы для студентов, обучающихся по направлению подготовки 35.03.06 Агроинженерия, очного и заочного обучения / Сост. Ю.П. Дмитриев. – Чебоксары: ФГБОУ ВО Чувашский ГАУ, 2023. – 61 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для самостоятельной работы студентов изучающих дисциплину «Теория механизмов и машин» при выполнении курсовой работы. Содержит разделы структурный, кинематический и динамический анализ механизмов и синтез кулачкового механизма,

Учебно-методическое пособие составлено в соответствии с учебным планом и рабочей программой по дисциплине «Теория механизмов и машин» и предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 35.03.06 Агроинженерия, очного и заочного обучения.

Рассмотрено и одобрено методической комиссией инженерного факультета ФГБОУ ВО Чувашский ГАУ (протокол № 8 от «20» апреля 2023 г.)

© Дмитриев Ю.П., 2023  
© ФГБОУ ВО Чувашский ГАУ, 2023

# ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

## ВВЕДЕНИЕ

Курсовая работа является самостоятельной работой студентов и относится к одному из важнейших видов изучения курса. Он способствует овладению методикой структурного, кинематического и динамического анализа механизмов и машинных агрегатов, а так же проектирования зубчатых передач и кулачковых механизмов.

Работа предусматривает выполнение 2 листов графических построений (чертежей) на формате А1 (594\*841 мм) и расчетно-пояснительной записки на формате А4 (210\*297 мм) объемом до 40 страниц.

Курсовая работа включает разделы:

1- синтез, структурное и кинематическое исследование рычажного механизма (1 лист).

2- силовой расчет (кинетостатическое исследование) рычажного механизма (2 лист).

Выполнение курсовой работы способствует формированию у обучающихся следующих компетенций ОПК-1, ОПК-1.1, ОПК-1.2.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

Содержание пояснительной записки:

по 1 разделу: задание (схемы механизмов, таблицы исходных данных); синтез механизма, структурный анализ механизма; для одного положения механизма подробные пояснения к построению планов скоростей и ускорений; пояснения к построению кинематических диаграмм и определение их масштабов; определение угловых скоростей и угловых ускорения звеньев; сравнение величин ускорений, полученных методом планов и методом кинематических диаграмм.

по 2 разделу: определение силы полезного сопротивления (движущей силы) для заданного положения механизма; расчет в кинематических парах структурных групп; расчет ведущего звена; определение уравновешивающей силы методом Жуковского; сравнение значений уравновешивающей силы.

## СОДЕРЖАНИЕ ГРАФИЧЕСКОЙ ЧАСТИ:

1 лист: построения к синтезу механизма; двенадцать совмещенных планов механизма; двенадцать планов скоростей и три плана ускорений (для рабочего, холостого ходов и нулевого положения); диаграммы перемещений, скоростей и ускорений ведомого звена, построенные методом графического дифференцирования; годограф скорости центра масс шатуна.

2 лист: кинематическая схема механизма в заданном положении с приложенными внешними силами; схемы всех структурных групп и ведущего звена для определения реакций в кинематических парах и уравновешивающей силы; рычаг Жуковского.

## РЕКОМЕНДУЕМЫЙ ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Наибольшее распространение в машинах, используемых в сельскохозяйственном производстве, получили кривошипно-ползунные механизмы, шарнирные четырехзвенники и кулисные механизмы. Поэтому методику расчета будем рассматривать на примерах указанных механизмов.

#### I. Синтез механизмов (определение недостающих размеров звеньев).

Кривошипно-ползунные механизмы могут быть спроектированы по следующим условиям:

1) по максимальному ходу ползуна  $S_{\max}$  и отношению длины шатуна  $l$  к длине кривошипа  $r$ ;

2) по средней скорости ползуна  $v_{\text{ср}}$  и угловой скорости кривошипа  $\omega_1$  (частота вращения  $n_1$ );

3) по коэффициенту изменения средней скорости прямого и обратного хода ползуна  $K_v$  и допустимому углу давления  $\alpha_{\text{доп}}$ .

Если известны средняя скорость ползуна  $v_{\text{ср}}$  [м/с] и угловая скорость кривошипа  $\omega_1$  [с<sup>-1</sup>], или частота вращения  $n_1$  [об/мин], то длину кривошипа определяют по формуле:

$$r = \frac{30 \cdot v_{\text{ср}}}{2 \cdot n}, \text{ [м]}$$

Длину шатуна найдем как:  $l = r \cdot \frac{1}{\lambda};$

В двигателях внутреннего сгорания, металлорежущих станках принимают  $1/\lambda=3...4$ , а в сельскохозяйственных машинах  $1/\lambda=11...14$ .

Методика синтеза механизма по условию 3 подробно изложена в литературе /1/с.565.

В зависимости от исходных данных (входных параметров) шарнирные четырехзвенники синтезируются по различным вариантам, по нескольким положениям шатуна или коромысла, коэффициенту изменения средней скорости коромысла и величине углового хода его и др.

Первая задача рассмотрена в /1/с.559...564. Здесь рассмотрим вторую задачу.

Дано: длина коромысла  $l_{\text{BO}_1}$  (рис. 1.1), коэффициент изменения средней скорости хода  $K_v$  и угол  $\Psi$ , определяющий максимальный угловой ход коромысла.

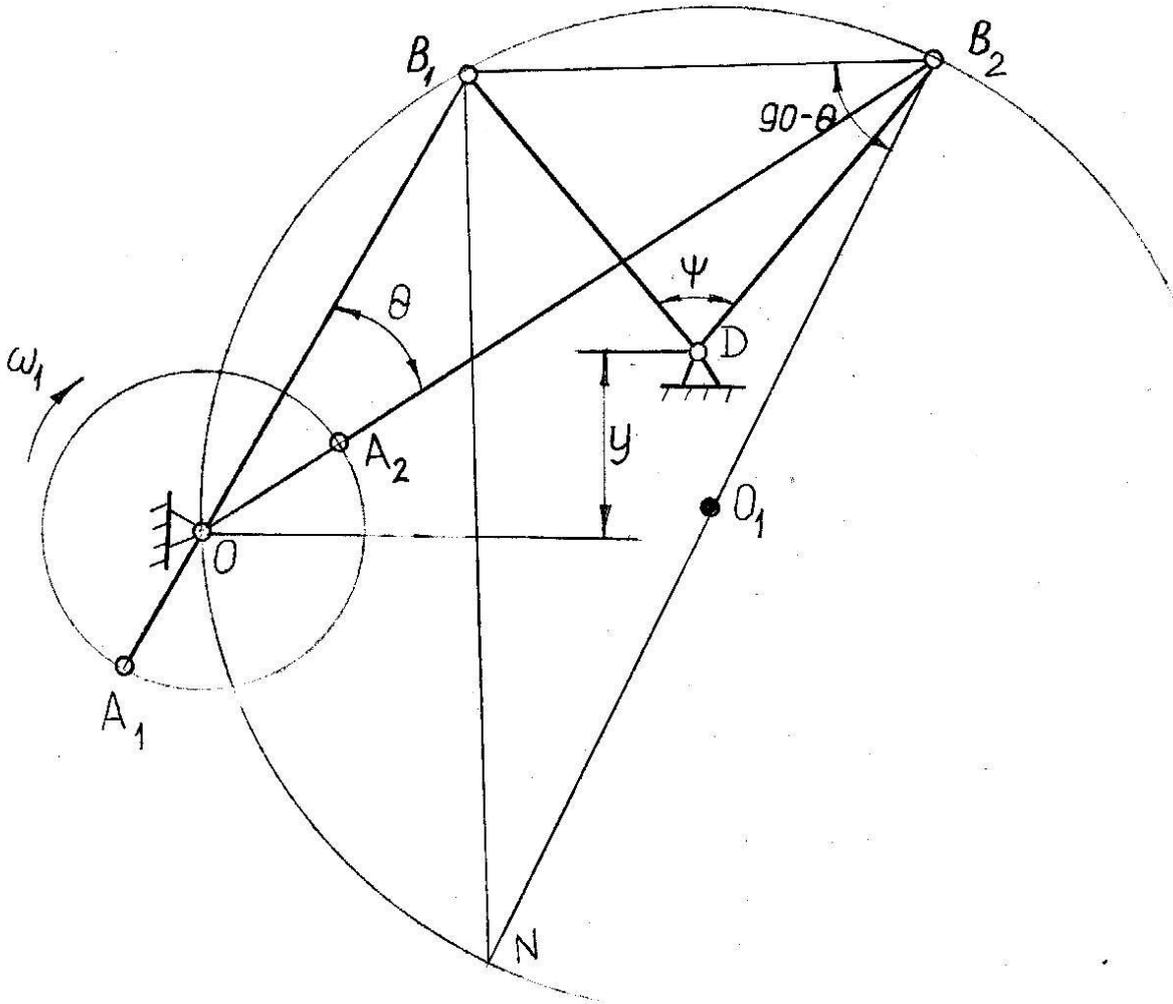


Рис.1.1. Синтез шарнирного четырехзвенника

Выбираем масштаб схемы  $\mu_l$  и строим крайние положения коромысла  $DB_1$  и  $DB_2$ . Точки  $B_1$  и  $B_2$  соединяем прямой, к которой в точке  $B_1$  восстанавливаем перпендикуляр. Определяем угол между совпадающими линиями шатуна и кривошипа при крайних положениях коромысла  $BD$  по формуле:

Из точки  $B_2$  под углом  $90-\theta^0$  проводим прямую до пересечения с перпендикуляром,

$$\theta^0 = 180^\circ \cdot \frac{k_v - 1}{k_v + 1}, \text{ град.},$$

проведенным из точки  $B_1$ . Отрезок  $B_2N$  является диаметром окружности, которую проводим из центра  $O_1$ . В том же масштабе  $\mu_l$  откладываем расстояние «у» и определяем положение кинематической пары «стойка-ведущее звено» (точка  $O$ ).

Соединяем точку  $O$  с точками  $B_1$  и  $B_2$  и определяем длину кривошипа  $l_{OA}$ :

$$l_{OA} = \left( \frac{OB_2 - OB_1}{2} \right) \cdot \mu_l, \text{ [M]}.$$

Длина шатуна будет  $l_{AB} = (OB_2 - OA) \cdot \mu_l, \text{ [M]}.$

Механизм с качающейся кулисой. Кулисные механизмы используются чаще всего с дополнительной двухповодковой группой, состоящей из ползуна 5 и шатуна 4. Рассмотрим проектирование таких механизмов (рис. 1.2).

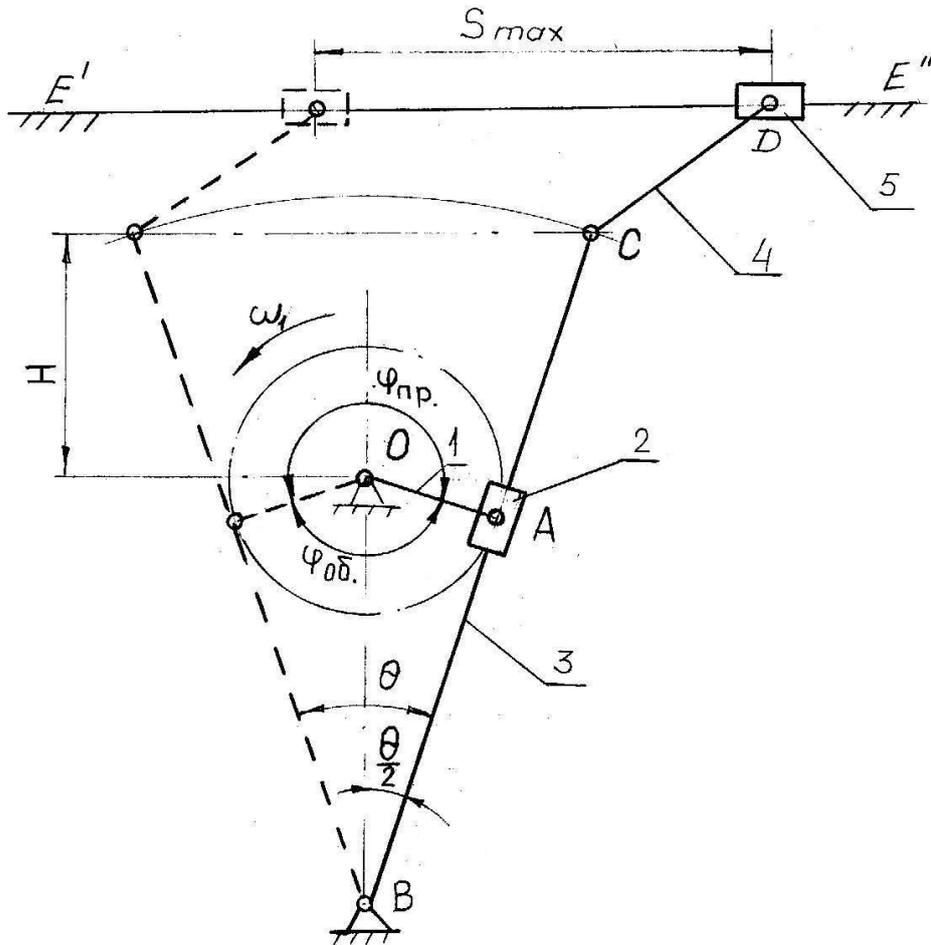


Рис. 1.2. Синтез механизма с качающей кулисой

Исходные данные: максимальный ход ползуна –  $S_{max}$  ; коэффициент изменения средней скорости хода кулисы -  $K_v$ . По формуле 1.1 определяем угол  $\theta^0$ .

Выбираем масштаб  $\mu_l$  и откладываем расстояние между неподвижными шарнирами  $l_{OB}$ . Симметрично отрезку  $OB$  откладываем угол  $\theta^0$ . Лучи, ограничивающие этот угол, определяют крайние положения кулисы 3. Из точки  $O$  опускаем перпендикуляры на лучи. Отрезок  $OA$  в масштабе схемы  $\mu_l$  и определяет натуральную длину кривошипа  $l_{OA}$ . Графические построения можно проверить, рассмотрев прямоугольник  $\Delta OAB$ .

$$l_{OA} = (OB \cdot \sin \frac{\theta}{2}) \cdot \mu_l, [M]$$

Для обеспечения заданного хода  $S_{max}$  ползуна длина кулисы должна быть:

$$l_{BC} = \frac{S_{max}}{2 \sin \frac{\theta}{2}}, [M]$$

## 1. СТРУКТУРНОЕ, КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ

### 1.1. Структурный анализ

Целью структурного анализа является определение степени подвижности механизма и его класса.

Степенью подвижности плоских механизмов подсчитывает по формуле П.Л.Чебышева:

$$W=3n-2p_5-p_4,$$

где  $n$ -число подвижных звеньев;

$p_5$  – число кинематических пар 5 класса;

$p_4$  - число кинематических пар 4 класса.

Класс механизма определяется классом наивысшей структурной группы, входящей в состав механизма. Для определения класса механизма можно наметить следующую последовательность:

- 1) если в механизме имеются лишние степени свободы и пассивные связи, их необходимо исключить;
- 2) при наличии в механизме пар 4 класса их следует заменить кинематическими цепями, состоящими из одного звена и двух пар 5 класса;
- 3) кинематическую цепь, составляющую механизм, последовательно разбивают на структурные группы. Группы отделяют до тех пор, пока не останется только ведущее звено и стойка. В результате деления на группы можно написать формулу строения механизма и установить его класс.

Более подробные сведения о структурном анализе можно найти в /1/с.33...66.

## 1.2. Кинематический анализ

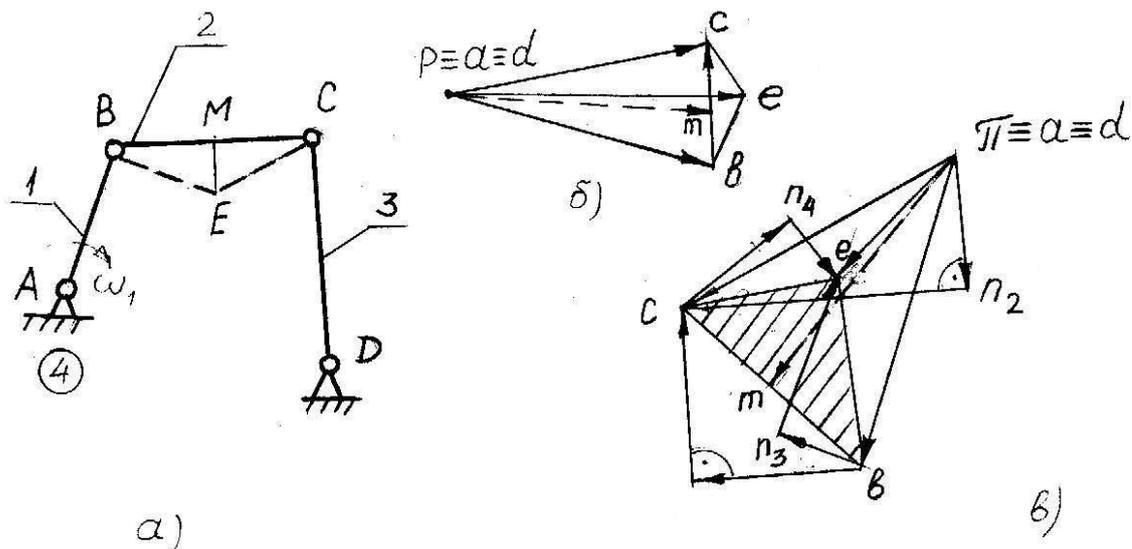
Кинематическое исследование механизма состоит в решении следующих задач:

- а) определение перемещения звеньев и траектории, описываемых точками звеньев;
- б) определение скоростей отдельных точек звеньев и угловых скоростей звеньев;
- в) определение ускорений отдельных точек звеньев и угловых скоростей звеньев.

Для определения положений звеньев и траекторий движения характерных точек необходимо траекторию движения пальца кривошипа разбить на 12 равных частей. За нулевое принять то положение входного (ведущего) звена, при котором выходное (ведомое) будет находиться в крайнем левом или правом положении. Далее методом засечек определяем положения точек ведомых звеньев. Для построения траектории движения заданных точек необходимо соединить последовательно их 12 положений.

Скорости и ускорения отдельных точек механизма определяются чаще методом планов. Порядок его определяется порядком образования механизмов, т.е. начинается с ведущего звена и заканчивается структурной группой, наиболее удаленной от ведущего звена.

В состав механизмов входят структурные группы разных классов и модификаций,



#### 1.4. Определение скоростей

Скорость точки В кривошипа определим по формуле:

$$v_B = \omega_1 \cdot l_{AB}, \quad [m \cdot c^{-1}]$$

Вектор скорости  $\overline{v_B}$  направлен по касательной к траектории движения точки или перпендикулярно кривошипу. Чтобы найти скорости остальных точек механизма нужно построить план скоростей для указанного положения механизма. Для этого выбираем произвольно положение полюса / точка Р / и от него проводим вектор,  $pb$  произвольной длины /60 ...80 мм/ перпендикулярно звену АВ. Вычисляем масштаб плана скоростей:

$$\mu_v = \frac{v_B}{pb}, \quad \left[ \frac{m \cdot c^{-1}}{mm} \right]$$

Вектор  $\overline{pb}$  является планом скоростей для точек кривошипа АВ, так как с его помощью можно найти скорость любой точки кривошипа.

Переходим к построению плана скоростей для группы звеньев — 2—3, т.е. определяем скорость точки С. Точка С связана с точкой В, находящейся в переносном движении. Значит скорость абсолютного движения точки С равна геометрической сумме скоростей переносного движения точки В и относительной скорости точки С по отношению к точке В.

С другой стороны точка С принадлежит звену CD, совершающему качательное движение относительно точки D. Поэтому можно составить следующие два векторных уравнения:

$$\begin{cases} \overline{v_C} = \overline{v_B} + \overline{v_{CB}} \\ \overline{v_C} = \overline{v_D} + \overline{v_{CD}} \end{cases} \quad (1.1)$$

Векторы относительных скоростей  $v_{CB}$ ,  $v_{CD}$  направлены перпендикулярно соответственно звеньям ВС и CD.

Согласно первому уравнению /1.1/ через точку b плана скоростей проводим прямую, перпендикулярную ВС. Решаем второе уравнение.

Скорость точки D механизма равна нулю, т.к. она принадлежит стойке, поэтому точку d помещаем в полюс и через полюс проводим прямую, перпендикулярную CD. Точка пересечения проведенных таким образом двух направлений точки (точка С) является изображением конца вектора абсолютной скорости точки С. Соединив полюс «р» с точкой «с», получим

$$v_C = (pc) \cdot \mu_v;$$

Из плана скоростей значение относительной скорости определяют как

$$v_{CB} = (bc) \cdot \mu_v;$$

Предположим, что звено 2 выполнено в виде жесткого треугольника ВСЕ и требуется определить скорость третьей точки Е.

Напишем следующие векторные уравнения:

$$\begin{cases} \overline{v_E} = \overline{v_B} + \overline{v_{EB}} \\ \overline{v_E} = \overline{v_C} + \overline{v_{EC}} \end{cases}$$

Так как точка Е участвует в движении с точкой В (скорость ее известна по величине и направлению — вектор  $\underline{v_B}$  подчеркнут поэтому двумя чертами) и относительно основной

точки В (известно только направление, поэтому вектор  $\underline{bv}$  подчеркиваем только одной чертой), а также в движении с другой основной точкой С и относительно ее.

В соответствии с этими уравнениями через точки « $b$ » и « $c$ » плана скоростей проводим направления относительных скоростей, т.е. прямые, перпендикулярные соответственно  $EB$  и  $EC$ . Пересечение этих перпендикуляров определяет точку « $e$ », являющуюся изображением конца вектора  $\underline{pe}$  и абсолютной скорости точки  $E$ .

Из плана скоростей имеем:

$$v_{CB} = (be) \cdot \mu_v; \quad v_{EC} = (ce) \cdot \mu_v; \quad v_E = (pe) \cdot \mu_v.$$

По схеме механизма и плану скоростей устанавливаем, что  $\Delta BCE$  схемы звена подобен  $\Delta bce$  плана скоростей, так как сходственные стороны у них перпендикулярны ( $bc \perp BC$ ;  $ce \perp CE$  и  $be \perp BE$ ). Отсюда вытекает теорема подобия: «План относительных скоростей точек одного и того же звена подобен соответствующей фигуре схемы звена и сходственно с ней расположен».

Треугольник  $bce$  считается сходственно расположенным с треугольником  $BCE$ , если при обходе по периметрам в одном и том же направлении чередование букв сохраняется.

Пользуясь теоремой легко определить скорость какой — либо точки  $M$ , лежащей на звене 2. Для этого необходимо вектор  $bc$  на плане скоростей разделить точкой « $m$ » в том соотношении, в котором точка  $M$  делит звено  $BC$  на схеме, т.е. удовлетворить пропорции:

$$\begin{aligned} bm : bc &= BM : BC; \\ bm &= (bc \cdot BM) / BC; \end{aligned}$$

Тогда скорость точки  $M$  определится

$$v_M = (pm) \cdot \mu_v;$$

Пользуясь планом скоростей, определяем угловые скорости вращения звеньев 2 и 3, которые по величине равны:

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{v_{CB}}{l_{CB}} = \frac{(bc) \cdot \mu_v}{l_{CB}}, & [c^{-1}] \\ \omega_3 &= \frac{v_{CD}}{l_{CD}} = \frac{(pc) \cdot \mu_v}{l_{CD}}, & [c^{-1}] \end{aligned}$$

где  $l_{BC}$  и  $l_{CD}$  — длины шатуна  $BC$  и коромысла  $CD$  в метрах.

Чтобы установить направление угловой скорости  $\omega_2$ , необходимо вектор « $bc$ » из плана скоростей приложить к шарниру  $C$  и установить направление вращения шатуна под действием этого вектора относительно точки  $B$  (в нашем случае против часовой стрелки). Для определения направления угловой скорости коромысла  $\omega_3$ , вектор « $pc$ » помещаем в точку  $C$ , видим, что  $\omega_3$  направлена по часовой стрелке.

Обращаясь к плану скоростей, устанавливаем:

- 1) полюс плана скоростей является изображением тех точек механизма, скорости которых равны нулю;
- 2) векторы, выходящие из полюса, представляют собой абсолютные скорости;
- 3) векторы, не выходящие из полюса плана скоростей, представляют собой относительные скорости.

### 1.5. Определение ускорений

Так как звено вращается с постоянной угловой скоростью, то точка  $B$  имеет только нормальное (центростремительное) ускорение, равное по величине

$$a_B = a_B^n = \omega_1^2 \cdot l_{AB}, \quad [m \cdot c^{-2}].$$

Для определения ускорений остальных точек нужно построить план ускорений. Для этого из произвольной точки  $\pi$  (полюса) проводим вектор длиной 60...80 мм, параллельно АВ в направлении от точки В к А. Этот вектор является планом ускорений кривошипа, в масштабе:

$$\mu_a = \frac{a_B}{\pi b}, \quad \left[ \frac{m \cdot c^{-2}}{mm} \right];$$

Чтобы построить план ускорений группы (2—3) определяем ускорение точки С, решив совместно следующих два векторных уравнения

$$\begin{aligned} \overline{a_C} &= \overline{a_B} + \overline{a_{CB}^n} + \overline{a_{CB}^\tau} \\ \overline{a_C} &= \overline{a_D} + \overline{a_{CD}^n} + \overline{a_{CD}^\tau} \end{aligned}$$

где:  $a_{CB}^n$ ;  $a_{CD}^n$  — нормальные ускорения точки С в относительном движении;

$a_{CB}^\tau$ ;  $a_{CD}^\tau$  — тангенциальные ускорения точки С в том же движении.

В этих уравнениях известны по величине и направлению векторы ускорений  $a_B$  и  $a_D$  точек В и D. Векторы нормальных ускорений:  $a_{CB}^n$  и  $a_{CD}^n$  известны по направлению, т.е.  $a_{CB}^n$  направлен от точки С к точке В параллельно звену ВС, а  $a_{CD}^n$  от точки С к D параллельно звену CD. Величины этих ускорений равны:

$$\begin{aligned} a_{CB}^n &= \omega_2^2 \cdot l_{BC}; \\ a_{CD}^n &= \omega_3^2 \cdot l_{CD}. \\ \overline{bn_1} &= \frac{a_{CB}^n}{\mu_a}, \quad [mm] \end{aligned}$$

Значения угловых скоростей мы уже определяли при построении плана скоростей. В соответствии с первым уравнением из точки «b» плана ускорений проводим вектор проведя его параллельно ВС. Из конца его проводим прямую в направлении вектора тангенциального ускорения, т.е. перпендикулярно ВС. В соответствии со вторым уравнением из полюса (т.к.  $a_D = 0$ ) строим вектор и через точку  $n_2$  проводим перпендикуляр к CD.

$$\overline{pn_2} = \frac{a_{CD}^n}{\mu_a}, \quad [mm]$$

Точка пересечения этих перпендикуляров определит конец вектора полного ускорения точки С, т.е.

$$a_C = (\pi c) \cdot \mu_a;$$

Соединив точку «b» с точкой «c» получим вектор полного относительного ускорения

$$\overline{a_{CB}} = a_{CB}^n + \overline{a_{CB}^\tau};$$

Кроме того, из плана ускорений находим

$$\begin{aligned} a_{CB}^\tau &= (n_1 c) \cdot \mu_a; \\ a_{CD}^\tau &= (n_2 c) \cdot \mu_a; \end{aligned}$$

Ускорение точки Е, принадлежащей звену 2 определится следующими двумя векторными уравнениями.

$$\begin{cases} \overline{a_E} = \overline{a_B} + \overline{a_{EB}^n} + \overline{a_{EB}^\tau} \\ \overline{a_E} = \overline{a_C} + \overline{a_{EC}^n} + \overline{a_{EC}^\tau} \end{cases} \quad (1.2)$$

где  $a_{EB}^n$ ;  $a_{EC}^n$  — нормальные ускорения в относительном движении точки E относительно точек B и C.

$a_{EB}^t$ ;  $a_{EC}^t$  — тангенциальные ускорения в относительном движении точки E относительно тех же точек B и C.

В этих уравнениях известны по величине и направлению векторы ускорений  $a_B$  и  $a_C$

$$a_{EB}^n = \omega_2^2 \cdot l_{EB};$$

$$a_{EC}^n = \omega_2^2 \cdot l_{EC};$$

Величины нормальных ускорений равны

где  $l_{BE}$  и  $l_{EC}$  — длины звеньев EC и BE в метрах.

Вектор ускорения  $a_{EB}^n$  направлен от точки E к точке B параллельно BE, а вектор ускорения  $a_{EC}^n$  от точки E к точке C параллельно CE. Векторы  $a_{EB}^t$ ;  $a_{EC}^t$  известны только по направлению, т.е. перпендикулярны соответственно BE и CE. Согласно уравнениям (1.2) через точки b и c плана ускорений строим векторы  $bn_3 = a_{EB}^t / \mu_a$ , мм и  $cn_4 = a_{EC}^t / \mu_a$ , мм. Из полученных точек  $n_3$  и  $n_4$  проводим прямые в направлении векторов тангенциальных ускорений  $a_{EB}^t$ ;  $a_{EC}^t$ , т.е. перпендикулярно BE и CE. Пересечение этих прямых определяет положение конца вектора  $a_E$  полного ускорения точки E:

$$a_E = (\mu_e) \cdot \mu_a$$

Соединив точки «b» и «c» плана с точкой «e» получаем векторы полных относительных ускорений  $a_{EB}$  и  $a_{EC}$ .

Таким образом, на плане ускорений построен треугольник все изображающий относительные ускорения точек звена 2, который подобен треугольнику BCE на схеме механизма. В этом случае, как и для плана скоростей, может быть сформулирована теорема подобия: «План относительных ускорений для точек одного и того же звена подобен соответствующей фигуре на схеме звена и сходственно с ней расположен».

В соответствии с теоремой подобия нахождения ускорения точки M, лежащей на оси звена 2, достаточно отрезок «bc» плана ускорений разделить точкой «m» так, чтобы

$$\frac{bm}{bc} = \frac{BM}{BC};$$

удовлетворялась пропорция

Построив план ускорений, можно определить угловые ускорения  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  звеньев 2 и 3. Так угловое ускорение шатуна

Направление  $\varepsilon_2$  определяется вращением звена 2 относительно точки «B» под действием вектора « $cn_1$ », взятого из плана ускорений и приложенного к точке C схемы звена

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^t}{l_{BC}} = \frac{(n_1c)\mu_a}{l_{BC}}, \quad [c^{-2}]$$

(в рассмотренном примере против часовой стрелки). Поскольку  $\varepsilon_2$  совпадает по направлению с угловой скоростью  $\omega_2$ , заключаем, что шатун в рассматриваемый момент времени вращается ускоренно.

Угловое ускорение коромысла 3 равно:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{CD}^t}{l_{CD}} = \frac{(n_2c)\mu_a}{l_{CD}}, \quad [c^{-2}]$$

и направлено против часовой стрелки, т.е. звено 3 вращается замедленно.

1.6. Механизм со структурной группой 2 класса 2 вида  
(кривошипно — ползунный механизм рис.1.4.)

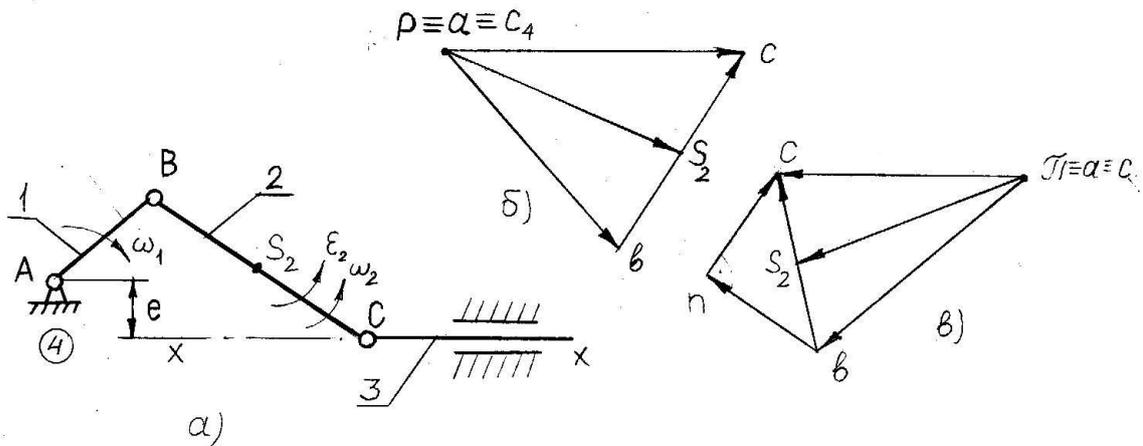


Рис.1.4. Схема кривошипно-ползунного механизма (а), планы скоростей (б) и ускорений (в)

Указанный механизм образован присоединением к кривошипу АВ и стойке группы второго класса, второго вида со звеньями 2 и 3. Определяем скорость ведущей точки В.

$$v_B = \omega_1 \cdot l_{AB};$$

Скорость точки «С» определится построением плана скоростей для указанного положения механизма. Из полюса строим вектор «pb» длиной 60...80 мм в направлении

$$\mu_v = \frac{v_B}{pb}, \quad \left[ \frac{m \cdot c^{-1}}{mm} \right]$$

Для определения скорости  $v_C$  точки С составляем два векторных уравнения где  $\vec{v}_{CB}$  вектор скорости точки С в ее относительном движении относительно точки В;

$$\begin{cases} \vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_{CB} \\ \vec{v}_C = \vec{v}_{CX} + \vec{v}_{CCX} \end{cases}$$

$\vec{v}_{CX}$  - вектор скорости точки С принадлежащей стойке и совпадающей в данный момент с точкой С;

$\vec{v}_{CCX}$  — вектор скорости точки С относительно направляющих (точки  $C_X$ ).

В первом уравнении вектор скорости  $\vec{v}_B$  точки известен по величине и направлению, на плане он изображен вектором «pb».

Скорость  $v_{CB}$  известна только по направлению — перпендикулярно оси звена ВС.

Скорость точки  $C_X$ , принадлежащей стойке равна нулю (точка  $C_X$  расположена в полюсе). Вектор  $\vec{v}_{CCX}$  должен быть направлен вдоль направляющей X—X (в данном примере — горизонтально). Поэтому в соответствии с первым уравнением системы из точки «b» плана скоростей, проводим линию действия вектора, т.е.  $v_{CB}$  перпендикулярно положению шатуна СВ на схеме механизма. В соответствии со вторым уравнением из полюса Р (т.к.  $v_{CCX}=0$ ) проводим линию действия вектора  $v_{CCX}$ . Точка пересечения направлений дает искомую точку С. Таким образом из плана скорости имеем:

$$v_C = (pc) \cdot \mu_D \quad \text{и} \quad v_{CB} = (bc) \cdot \mu_D;$$

Угловая скорость звена 2 определяется аналогично методике, рассмотренной в первом примере.

Переходим к построению плана ускорений. Определяем ускорение точки В:

$$a_B = \omega_1^2 \cdot l_{AB};$$

Направлено это ускорение вдоль звена АВ от точки В к точке А. Поэтому из полюса  $\pi$  проводим вектор длиной 60...80 мм параллельно АВ и определяем масштаб плана ускорений

$$\mu_a = \frac{a_B}{\pi b}, \quad \left[ \frac{m \cdot c^{-2}}{мм} \right];$$

Для определения ускорения точки С необходимо решить систему векторных уравнений.

$$\begin{cases} \overline{a_c} = \overline{a_B} + \overline{a_{CB}^n} + \overline{a_{CB}^\tau} \\ \overline{a_c} = \overline{a_{c_x}} + \overline{a_{cc_x}^k} + \overline{a_{cc_x}^r} \end{cases}$$

где  $\overline{a_{CB}^n}$  — вектор нормального ускорения точки С в ее движении относительно точки В;

$\overline{a_{CB}^\tau}$  — вектор тангенциального (касательного) ускорения точки С в том же движении;

$\overline{a_{c_x}}$  — вектор ускорения точки  $C_x$ , принадлежащей стойке и совпадающей в данном в данный момент с точкой С, ( $\overline{a_{c_x}} = 0$ );

$\overline{a_{cc_x}^k}$  — вектор кариолисова (поворотного) ускорения точки С ( $\overline{a_{cc_x}^k} = 0$ );

$\overline{a_{cc_x}^r}$  — вектор релятивного (относительного) ускорения точки С относительно  $C_x$ .

Первое уравнение решается аналогично примеру механизма с группой I вида.

Из второго уравнения, как уже отмечено  $\overline{a_{c_x}} = 0$ , так как точка  $C_x$ , принадлежащая стойке, неподвижна. Второе слагаемое так же равно нулю, так как угловая скорость звена 3 (ползуна) равна нулю. Третье слагаемое  $\overline{a_{cc_x}^r}$  направлено параллельно направляющей, а величина его определяется построением.

Таким образом, в соответствии с уравнениями системы имеем все данные для построения плана ускорения. Из конца вектора « $\pi b$ » проводим вектор « $\pi n$ », равный по длине

$$\overline{bn} = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a}, \quad [мм],$$

в направлении параллельном звену ВС на схеме механизма. Далее из конца вектора « $\pi n$ » проводим линию действия вектора  $\overline{a_{CB}^\tau}$  перпендикулярно положению звена ВС или перпендикулярно вектору « $\pi n$ ». Согласно второму уравнению из полюса плана ускорений проводим линию действия вектора  $\overline{a_{cc_x}^r}$ , которая в пересечении с линией  $\overline{a_{CB}^\tau}$  определит точку С — конец вектора  $\overline{a_c}$  абсолютного ускорения точки С.

$$a_c = (\pi c) \cdot \mu_a; \quad a_{CB}^\tau = (nc) \cdot \mu_a;$$

Соединение точки « $\pi b$ » и « $\pi c$ » построенного плана ускорений, получим вектор « $\overline{bc}$ », изображающий полное относительное ускорение точки С относительно точки В.

Пользуясь планом ускорений, определяем угловое ускорение звена

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{l_{BC}} = \frac{(nc) \mu_a}{l_{BC}}, \quad [c^{-2}];$$

Методика определения направления углового ускорения рассмотрена в первом примере. В данном примере  $\epsilon_2$  направлено против часовой стрелки, т.е. совпадает с направлением угловой скорости (звено 2 движется ускоренно).

1.7. Механизм со структурной группой 2 класса 3 вида  
(кулисный механизм — рис. 1.5.)

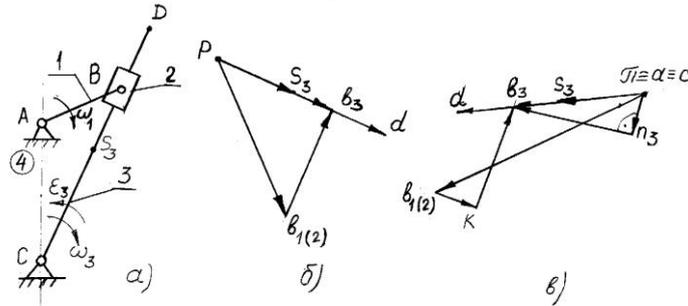


Рис.1.5. Схема механизма с качающейся кулисой (а), план скоростей (б) и ускорений (в)

Как видно из схемы механизма в его составе, кроме основного механизма (кривошип и стойка) имеется группа второго класса третьего вида, состоящая из звеньев 2—3.

Для определения искомых скоростей точек данного механизма составляем следующие векторные уравнения:

$$\begin{cases} \vec{U}_{B_3} = \vec{U}_{B_1} + \vec{U}_{B_3B_1} \\ \vec{U}_{B_3} = \vec{U}_C + \vec{U}_{B_3C} \end{cases}$$

- где  $\vec{U}_{B_3}$  — вектор скорости точки  $B_3$  кулисы 3, совпадающей в данный момент с
- точкой  $B_1$  — центром шарнира;
- $\vec{U}_{B_1}$  — вектор скорости точки  $B_1$ , направленный перпендикулярно к АВ в
- сторону угловой скорости  $\omega_1$  и равный  $v_{B_1} = \omega_1 \cdot l_{AB}$ ;
- $\vec{U}_{B_3B_1}$  — вектор скорости скольжения точки  $B_3$  кулисы относительно  $B_1$  цапфы
- кривошипа, величина которого определится построением плана скоростей, он
- направлен вдоль кулисы;
- $\vec{U}_{B_3C}$  — вектор скорости точки В, относительно точки С, направлен перпендикулярно
- $B_3C$ ;
- $U_C$  — скорость центра шарнира С  $v_C = 0$ .

Величина скоростей  $v_{B_3C}$  и  $v_{B_3B_1}$  определяется построением плана скоростей. Для этого из полюса Р проводим вектор  $pb_1$  перпендикулярно звену АВ длиной 60...80 мм. Определяем масштаб плана скоростей:

$$\mu_v = \frac{v_{B_1}}{pb_1}, \quad \left[ \frac{м \cdot с^{-1}}{мм} \right];$$

Из точки « $b_1$ » проводим линию действия вектора  $v_{B_3B_1}$  параллельно звену 3.

Во втором уравнении первое слагаемое правой части равно нулю, т.к. точка С принадлежит стойке, т.е. вектор скорости  $v_C$  обращается в точку, совпадающую с полюсом плана скоростей. Поэтому из плана скоростей проводим направление вектора скорости  $v_{B_3C}$  перпендикулярно оси кулисы.

Пересечение указанного направления с ранее проведенной линией действия вектора скорости  $v_{B_3B_1}$  определит положение конца вектора  $v_{B_3}$ , из плана скоростей имеем

$$v_{B_3B_1} = (b_3b_1) \cdot \mu_v; \quad v_{B_3} = (pb_3) \cdot \mu_v;$$

Скорость точки D определяется по правилу подобия.

Угловая скорость кулисы равна и направлена по часовой стрелке (методика определения направления  $\omega_3$ , дана в первом примере).

$$\omega_3 = v_{B_3C} / l_{BC}.$$

Для построения плана ускорений данного механизма используем следующие векторные уравнения

$$\begin{cases} \vec{a}_{B_3} = \vec{a}_{B_1} + \vec{a}_{B_3B_1}^k + \vec{a}_{B_3B_1}^r \\ \vec{a}_{B_3} = \vec{a}_C + \vec{a}_{B_3C}^n + \vec{a}_{B_3C}^r \end{cases} \quad (1.3)$$

где  $\vec{a}_{B_1}$  — вектор ускорения ведущей точки В по величине равный

$$a_{B_1} = \omega_1^2 \cdot l_{AB}$$

и направленный параллельно звену АВ от точки В к точке А;

$$a_{B_3B_1}^k = 2\omega_3 \cdot v_{B_3B_1},$$

$a_{B_3B_1}^k$  — поворотное (кориолисово) ускорение, определяемое по формуле:

а для получения его направления необходимо вектор относительной скорости точки В<sub>3</sub>, т.е. вектор  $v_{B_3B_1}$  плана скоростей повернуть на 90° в сторону вращения кулисы (по часовой стрелке).

Вектор  $\vec{a}_{B_3B_1}^r$  релятивного (относительного) ускорения или скольжения точки В<sub>3</sub> относительно В<sub>1</sub> известен по линии действия, т.е. вдоль кулисы, величина его определится построением плана ускорений.

Во втором уравнении первое слагаемое  $a_C=0$ , т.к. точка С принадлежит стойке. Второе слагаемое — нормальное ускорение известно по линии действия, оно параллельно оси кулисы ВС и равно по величине

$$a_{B_3C}^n = \omega_3^2 \cdot l_{BC};$$

Третье слагаемое — тангенциальное ускорение  $a_{B_3C}^r$  известно по линии действия, оно перпендикулярно оси звена ВС. Величина его определится построением плана ускорений.

Из полюса  $\pi$  проводим вектор  $\pi b_1$  длиной 60... 80.мм, определяем масштаб плана ускорений

$$\mu_a = \frac{a_{B_1}}{\pi b_1}, \quad \left[ \frac{m \cdot c^{-2}}{mm} \right].$$

В соответствии с первым уравнением (1.3) из точки «b<sub>1</sub>» откладываем отрезок (вектор) «b<sub>1k</sub>» перпендикулярно кулисе ВС и равный

$$b_{1k} = a_{B_3B_1}^k / \mu_a, \quad [mm].$$

Из точки «к» проводим линию действия относительного ускорения параллельно кулисе.

Согласно второму уравнению (1.3.) из полюса проводим вектор

$$\pi n = a_{B_3C}^n / \mu_a, \quad [mm],$$

параллельно кулисе и направленный от точки В к точке С. Далее из точки n проводим линию действия тангенциального ускорения  $\vec{a}_{B_3C}^r$  перпендикулярно кулисе, которая, пересекаясь с линией действия вектора  $\vec{a}_{B_3B_1}^r$  определяет конец вектора абсолютного ускорения точки В<sub>3</sub>, т.е.

$$\vec{a}_{B_3} = (\pi b_3) \cdot \mu_a.$$

Полное ускорение точки D определяется по правилу подобия. Пользуясь планом ускорений, определим угловое ускорение кулисы:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{B_3C}^\tau}{l_{BC}} = \frac{(nb_3)\mu_a}{l_{BC}}, \quad [c^{-2}]$$

его направление — против часовой стрелки, т.е. в данный момент времени движется замедленно.

Так как звенья 2 и 3 сочленены поступательной парой, то их угловые скорости и ускорения равны, т.е.  $\omega_2 = \omega_3$  и  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ .

При кинематическом анализе механизма с качающимся ползуном (рис.1.6.) скорость точки  $C_2$ , принадлежащей звену 2 находят путем решения следующих векторных уравнений:

$$\begin{cases} \vec{v}_{C_2} = \vec{v}_B + \vec{v}_{C_2B} \\ \vec{v}_{C_2} = \vec{v}_{C_3} + \vec{v}_{C_2C_3} \end{cases}$$

Относительная скорость  $v_{C_2B}$  известна по направлению (перпендикулярна звену 2),  $v_{C_3}$  равна нулю, скорость скольжения  $v_{C_2C_3}$  направлена по звену BC.

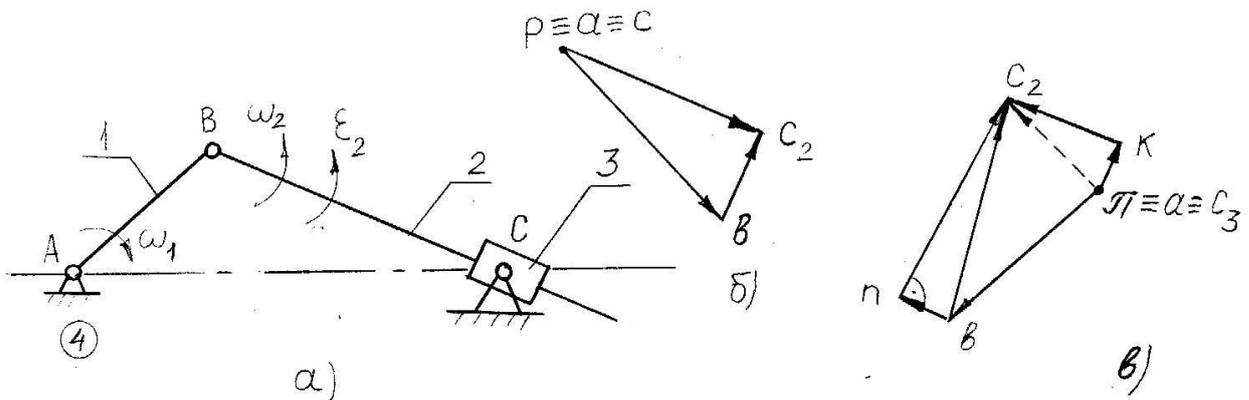


Рис.1.6. Схема механизма с качающимся ползуном (а), план скоростей (б) и ускорений (в)

Ускорение точки  $C_2$  определится, если решить совместно следующие векторные уравнения:

$$\begin{cases} \vec{a}_{C_2} = \vec{a}_B + \vec{a}_{C_2B}^n + \vec{a}_{C_2B}^\tau \\ \vec{a}_{C_2} = \vec{a}_{C_3} + \vec{a}_{C_2C_3}^k + \vec{a}_{C_2C_3}^r \end{cases}$$

Методика определения составляющих, входящих в эти уравнения была рассмотрена в предыдущих примерах, отметим только, что  $a_{C_3}$  равна нулю, т.к. точка  $C_3$  неподвижна, а поворотное (кориолисово) ускорение, направлено перпендикулярно BC. Его направление совпадает с вектором относительной скорости  $v_{C_2C_3}$ , повернутым на  $90^\circ$  в сторону переносного вращательного движения, а величина определится по формуле.

$$a_{C_2C_3}^k = 2\omega_2 \cdot v_{C_2C_3};$$

Вектор  $a_{C_2C_3}^k$  — ускорение относительного движения точки  $C_2$  относительно  $C_3$  — параллельно звену BC.

План ускорений приведен на рис.1.6.(в).

В механизмах качающихся конвейеров, которые применяются для транспортирования и сепарации сыпучих и кусковых материалов, колебания конвейера в разные стороны

должны быть несимметричными. Для этих целей применяются механизмы с вращающейся кулисой, причем ведущим звеном является сама кулиса (рис. 1.7).

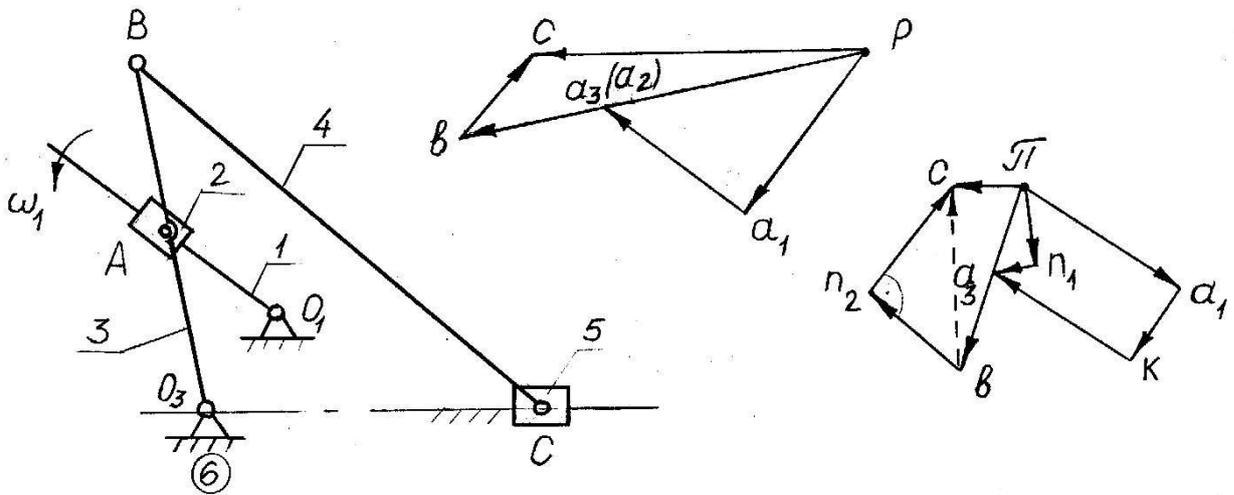


Рис.1.7. Схема механизма качающегося конвейера (а), план скоростей (б) и план ускорений (в)

В этом механизме при постоянной угловой скорости  $\omega_1$  скорость ведущей точки В при различных положениях будет различной, т.к. расстояние  $O_1A$  будет различным.

При кинематическом анализе этого механизма сначала определяют скорости точки  $A_1$ , затем точки  $A_3$  и потом по правилу подобия вычисляют скорость ведущей точки В.

$$v_{A_1} = \omega_1 \cdot l_{O_1A};$$

Величину  $l_{O_1A}$  определяют по кинематической схеме механизма. Скорость  $v_{A_3}$  определим, решив следующие уравнения:

$$\begin{cases} \overline{v_{A_3}} = \overline{v_{A_1}} + \overline{v_{A_3A_1}} \\ \overline{v_{A_3}} = \overline{v_{O_3}} + \overline{v_{A_3O_3}} \end{cases}$$

Проводим из полюса вектор  $pa_1$ , изображающий в масштабе скорость точки  $A_1$ , перпендикулярно кулисе 1, затем направление  $v_{A_3A_1}$  параллельно кулисе,  $v_{O_3}=0$ , т.к. точка  $O_3$  принадлежит стойке. Поэтому из полюса проводим направление вектора скорости  $v_{A_3O_3}$  — перпендикулярно звену 3. Пересечение направлений  $v_{A_3A_1}$  и  $v_{A_3O_3}$  дает исходную точку  $a_3$ , точка  $a_2$  будет совпадать с  $a_3$ .

Скорость точки В —  $v_B$  определится по правилу подобия (см. теорему подобия, рассмотренную в первом примере). Зная скорость  $v_B$  легко определить  $v_C$ .

При построении планов ускорений сначала откладываем отрезок  $\pi a_1$ , изображающий ускорение точки  $A_1$  (параллельно звену 1)

$$a_{A_1} = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A_1},$$

При этом нужно помнить, что  $l_{O_1A_1}$  будет переменной для различных положений механизма.

Ускорение точки  $A_3$  найдем после решения системы:

$$\begin{cases} \overline{a_{A_3}} = \overline{a_{A_1}} + \overline{a_{A_3A_1}^k} + \overline{a_{A_3A_1}^r} \\ \overline{a_{A_3}} = \overline{a_{O_3}} + \overline{a_{A_3O_3}^n} + \overline{a_{A_3O_3}^r} \end{cases}$$

Величина  $a_{A_3A_1}^k = 2\omega_1 \cdot v_{A_3A_1}$  (обращается внимание на то, что угловая скорость берется  $\omega_1$ ).

Направление  $\overline{a_{A_3A_1}^k}$  определяется направлением  $v_{A_3A_1}$ , повернутым на  $90^\circ$  в сторону вращения звена 1, т.е. перпендикулярно ему. Направление относительного ускорения — вдоль звена 1. Пересечение направлений  $\overline{a_{A_3A_1}^r}$  и  $\overline{a_{A_3O_3}^r}$  дает точку  $\overline{a_3}$ . Полное ускорение точки А определится отрезком  $\overline{p a_3}$ . Ускорение точки В находится по правилу подобия. Определение ускорения точки С рассмотрено в выше приведенных примерах.

### 1.8. Кинематический анализ механизмов методом диаграмм

Наиболее наглядное представление о характере непрерывного изменения кинематических параметров какой-либо точки звена механизма в зависимости от времени, можно получить с помощью так называемых кинематических диаграмм. Этим методом легко определяется движение ведомого вала по заданному закону движения ведущего звена. Чаще всего за ведущее звено принимают кривошип, а закон его движения  $\omega_1 = \text{const}$ .

Пусть, например, требуется построить диаграммы перемещений  $S=S(t)$ , скоростей  $v=v(t)$  и ускорений  $a=a(t)$  точки С ножа режущего аппарата косилки (рис.1.8.), если кривошип АВ вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega_1$ .

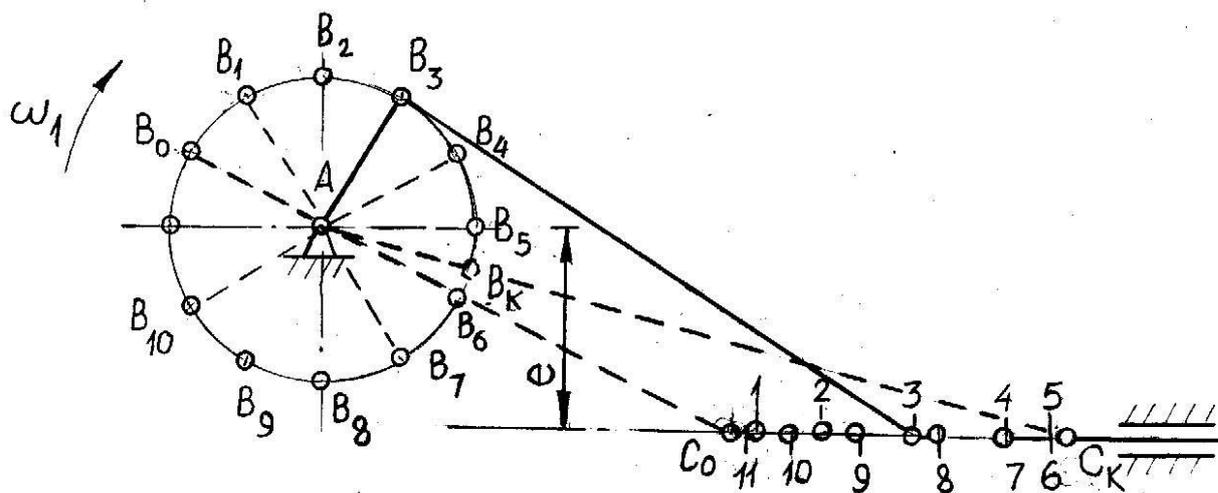


Рис.1.8. Схема кривошипно-ползунного механизма

Начиная от нулевого положения разбиваем траекторию движения точки В на 12 равностоящих по времени положений  $B_1, B_2, B_3 \dots B_{11}$ . Из полученных точек, радиусом, равным длине шатуна ВС делаем засечки на траектории движения точки С, определив тем самым точки  $C_1, C_2 \dots C_{11}$ .

Для построения диаграммы  $S=S(t)$ , или тоже  $S=S(\varphi)$  (т.к. угловая скорость  $\omega_1 = \text{const}$ ) выбираем систему координат с началом в точке О (рис.1.9.).

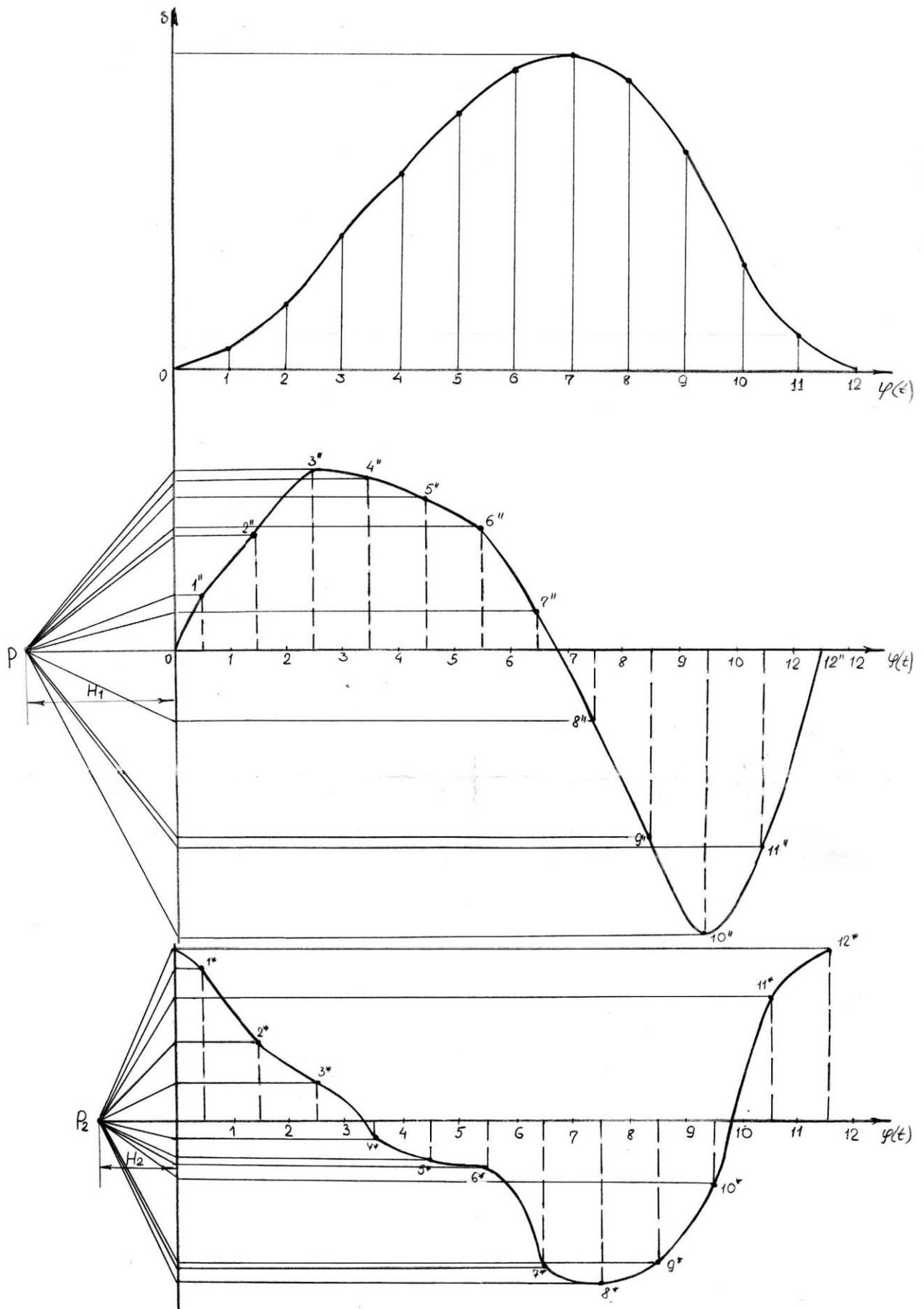


Рис.1.9. Кинематические диаграммы движения точки С

На оси абсцисс откладываем отрезок  $L$  произвольной длины, который в масштабе  $\mu_t$ , принимаем за время одного оборота (периода) ведущего звена АВ. Длину этого отрезка брать удобней кратной 12 (120, 180, 240, 360 мм).

Время одного оборота

$$t = \frac{60}{n}, \quad [c];$$

где  $n$  – частота вращения кривошипа,  $[мин^{-1}]$ .

Тогда масштаб времени

$$\mu_t = \frac{t}{L} = \frac{60}{n \cdot L}, \quad \left[ \frac{c}{мм} \right].$$

Отрезок  $L$  делим на равные части, соответствующие числу положений механизма (12 частей) и в точках 1, 2, 3...11, восстанавливаем ординаты, на которых в выбранном масштабе откладываем перемещение движущейся точки от начала отсчета (от точки  $C_0$ ), т.е. отрезки  $(C_0-1) \mu_s$ ;  $(C_0-2) \mu_s \dots (C_0-C_k) \mu_s$ . Масштаб  $\mu_s$  выбирается таким, чтобы ход ножа (отрезок  $C_0-C_k$ ) изобразился ординатой 60...80мм. Полученные точки 1\*, 2\*...11\* соединяем плавной кривой, которая представляет собой диаграмму  $S_c = S_c(\varphi)$ . Построенная диаграмма дает возможность определить перемещение ведомого звена за любой промежуток времени.

Чтобы построить диаграмму  $v_c = v_c(t)$  возьмем зависимость

$$v_c = \frac{dS_c}{dt} = \frac{d[S_c(t)]}{dt},$$

которая позволяет определить скорости точки С путем графического дифференцирования кривой  $S_c = S_c(t)$ .

Графическое дифференцирование проводят методом касательных или методом хорд. Рассмотрим последний. Сущность его заключается в том, что на каждом из участков, на которые разделена диаграмма перемещений, дугу заменяем хордой, т.е. на каждом из элементарных участков неравномерное движение заменяем на равномерное. Под графиком  $S_c = S_c(t)$  намечаем прямоугольные оси координат. Продолжим ось абсцисс влево от оси S и отложим отрезок  $OP_1$  равный  $H_1$ , мм.

Из полюса  $P_1$  проводим лучи  $P_11'$ ,  $P_12'$ ,  $P_13'$  и т.д. параллельно соответствующим хордам участков заданной кривой  $S_c = S_c(t)$  до пересечения с осью ординат. Отрезки  $O1'$ ,  $O2'$ ,  $O3' \dots O11'$  выражают собой скорости на соответствующих участках пути в масштабе

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t \cdot H_1}, \quad \left[ \frac{м \cdot c^{-1}}{мм} \right].$$

Через точки 1', 2', 3', ...11' проводим лучи, параллельные оси абсцисс до пересечения с ординатами, проведенные из середин интервалов 0-1, 1-2, 2-3, ...11-12.

Полученные точки 1'', 2'', 3'', ...11'' соединяем плавной кривой, которая и будет диаграммой  $v_c = v_c(t)$ .

Точно также, дифференцируя диаграмму скоростей, получим диаграмму ускорений.

Следует иметь ввиду, что интервалы, на которых кривая имеет экстремумы (участок 5-6 на кривой  $S_c$ ) следует разделить на 2 интервала, на протяжении которых кривая не будет иметь экстремума.

Масштаб

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t \cdot H_2}, \quad \left[ \frac{м \cdot c^{-2}}{мм} \right].$$

Отрезки  $H_1$  и  $H_2$  берут с графиков в мм, выбирают их так, чтобы дифференциальная кривая поместилась на отведенном для нее месте чертежа. Более подробные описания по этому вопросу изложены в /2/ с.93...94.

Иногда приходится по заданной диаграмме ускорений строить диаграмму скоростей или перемещений. Такие задачи решаются методом графического интегрирования (рис.1.10).

Пусть, например, движение точки задано диаграммой  $v=v(t)$ , построенной в масштабе  $\mu_v$ . Требуется построить диаграмму  $S=S(t)$ . Длину диаграммы делим на равные участки. Через точки 1, 2, 3... проводим ординаты, которые разделяют диаграмму  $v=v(t)$  на ряд трапеций.

Каждую из трапеций заменяем равновеликим прямоугольником. Высоты его сносим на ось ординат. Полученные точки 1', 2'...6' соединяем с полюсом P, взятом на произвольном расстоянии «H» от начала координат O. На оси ординат выбираем начало новой системы координат с точкой O<sub>1</sub>. Из точки O<sub>1</sub> проводим прямую, параллельную лучу P1' до пересечения с ординатой 1. Из полученной точки 1'' проводим прямую, параллельную лучу P2', до пересечения с ординатой 2 в точке 2'' и т.д. Если через полученные точки 1'', 2''...6'' провести плавную кривую, то она и будет интегральной кривой диаграммы скоростей, т.е. диаграммой перемещений. Масштаб по горизонтальной оси остается тот же, а по вертикальной оси выразится равенством

$$\mu_s = \mu_v \cdot H \cdot \mu_t, \quad [\text{м/мм}].$$

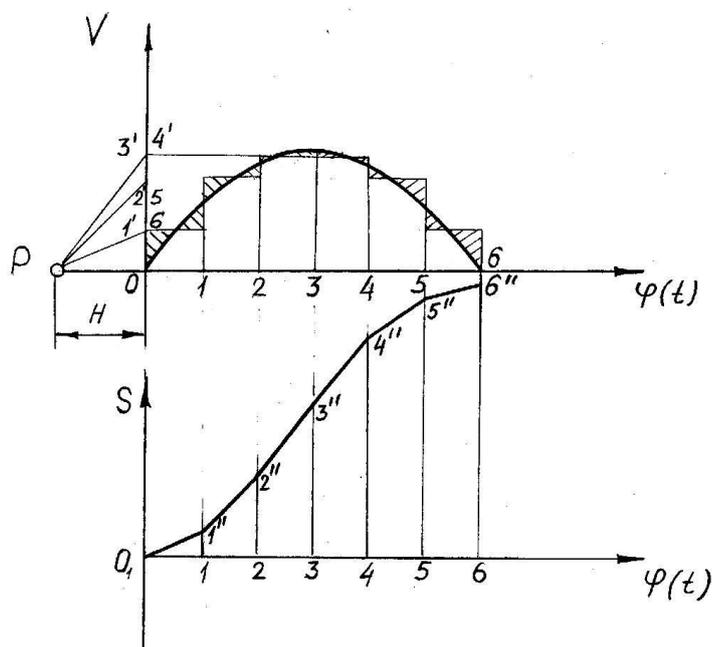


Рис.1.10. Графическое интегрирование

## 2. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ (КИНЕТОСТАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ) МЕХАНИЗМА

Основными задачами силового расчета механизмов являются определение реакций в кинематических парах и уравновешивающей силы, приложенной к кривошипу. Исходными данными для силового расчета являются: размеры, массы и моменты инерции звеньев, закон движения ведущего звена, одна из внешних сил (полезного сопротивления или движущая сила), заданная диаграммой нагрузок (механической характеристикой) машины (механизма).

В заданиях на курсовое проектирование обычно задается положение механизма, для которого необходимо провести силовой расчет. Сила полезного сопротивления для некоторых заданий дана в явном виде. В других заданиях задана максимальная сила сопротивления, а текущее значение ее дано в долях от  $P_{\max}$  в функции перемещении ведомого звена. Поэтому, в соответствии с заданным положением ведущего звена, определяется перемещение ведомого звена от нулевого положения и подсчитывается величина  $P_{\text{пс}}$ .

В тех заданиях, где необходимо рассчитать кривошипно-ползунный механизм двигателя внутреннего сгорания (рядного или V-образного) определяется величина силы давления газов в цилиндрах по заданному значению максимального давления  $P_d^{\max}$ . Для этого строится индикаторная диаграмма и по ней определяется значение  $P_d$ . Если двигатель

двухцилиндровый, то величину  $P_d$  определяют для обоих цилиндров, помня о том, что такты в них сдвинуты по фазе 180 град. для рядного двигателя, и на 60 град. или 300 град. для V-образного.

При решении задач силового расчета используется известный из теоретической механики принцип Даламбера, согласно которому звено механизма может рассматриваться как находящееся в равновесии, если ко всем внешним силам, действующим на него, добавить силы инерции.

Главный вектор сил инерции звена (сокращенно – сила инерции)  $\overline{P}_и$  и главный момент сил инерции звена (сокращенно – момент пары сил инерции)  $M_и$  определяются по формулам

$$\begin{aligned} P_{и} &= -\overline{m} \cdot a_s, & [H] \\ M_{и} &= -J_s \cdot \varepsilon, & [H \cdot m] \end{aligned} \quad (2.1)$$

где  $m$  - масса звена, кг;

$J_s$  – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс (центральный момент инерции),  $кг \cdot м^2$ ;

$a_s$  – вектор полного ускорения центра масс звена,  $м \cdot с^{-2}$ ;

$\varepsilon$  - угловое ускорение звена,  $с^{-2}$ .

Знак (-) указывает на то, что векторы  $\overline{P}_и$  и  $\overline{M}_и$  направлены в сторону, противоположную направлению векторов  $a_s$  и  $\varepsilon$ .

В общем случае плоского движения силу инерции и пару сил инерции можно заменить одной силой, которая должна быть смещена параллельно силе инерции на плечо  $h$

$$h = \frac{M_{и}}{P_{и} \cdot \mu_l}, \quad [мм] \quad (2.2)$$

В этом выражении  $\mu_l$  – масштаб схемы механизма. Момент смещенной силы относительно центра масс должен иметь то же направление, что и момент пары сил инерции.

Существует ряд методов силового расчета. Наибольшее распространение получил графоаналитический в силу достаточной точности и наглядности.

Силовому расчету предшествует структурный и кинематический анализ. Структурный анализ позволяет определить порядок образования механизмов, количество и классы структурных групп, а в результате кинематического анализа определяются ускорения центров масс звеньев и угловые ускорения их.

После этого определяют инерционную нагрузку всех звеньев и прикладывают  $P_и$  и  $M_и$  к звеньям.

Выделяют структурную группу, наиболее удаленную от ведущего звена; действие отброшенных элементов механизма заменяют их реакциями. Реакции обозначаются буквой  $R$  с двойным индексом. Первая цифра индекса указывает звено, со стороны которого действует сила, вторая цифра – звено, к которому приложена сила.

Например,  $R_{12}$  – сила, с которой звено 1 действует на звено 2.

## 2.1. Методика определения реакций в кинематических парах группы Ассур II класса I вида

Рассмотрим данный вопрос на примере механизма соломонабивателя зерноуборочного комбайна (рис.2.1).

Задано: силы тяжести  $G_2$  и  $G_3$  звеньев 2 и 3; сила полезного сопротивления  $P_{пс}$ ; центральные моменты инерции звеньев  $J_{S_2}$  и  $J_{S_3}$ . Определить реакции в кинематических парах.

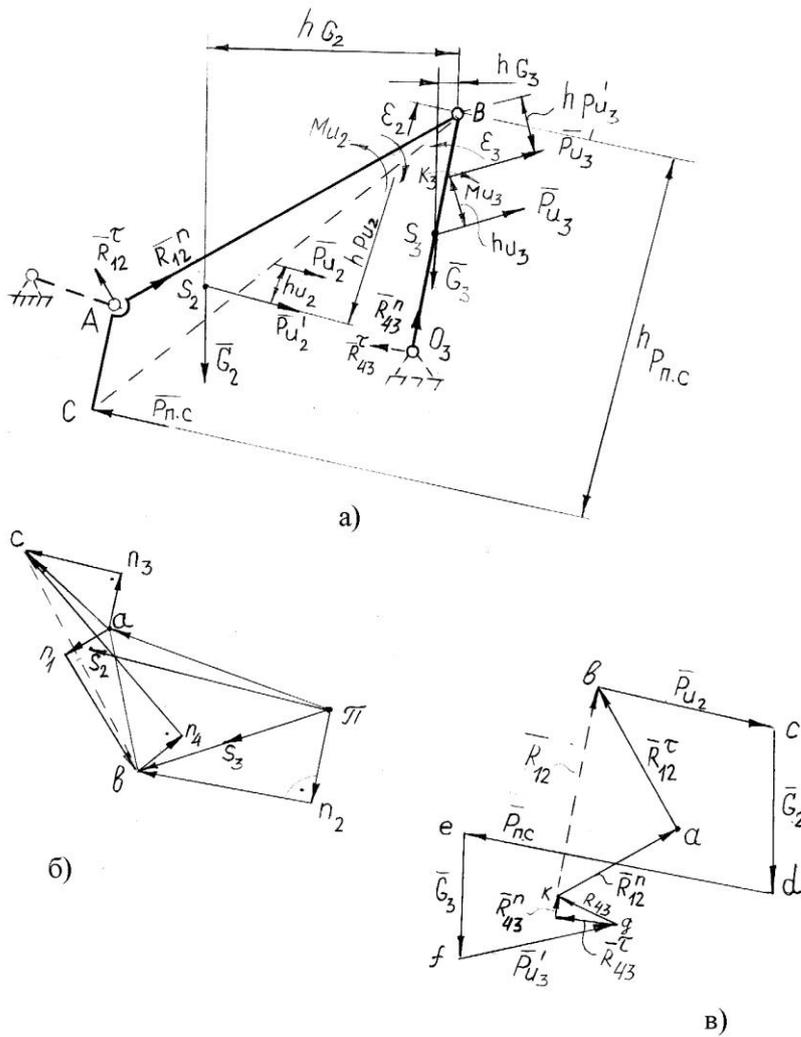


Рис.2.1. Схема механизма с приложенными к звеньям силам (а), план ускорения (б) и план сил (в)

Строим план ускорения и определяем силы инерции звеньев и моменты от пар сил инерции

$$\begin{aligned} \bar{P}_{I_2} &= -m_2 \cdot \bar{a}_{S_2}; \\ \bar{M}_{I_2} &= -\bar{\epsilon}_2 \cdot J_{S_2}; \\ \bar{P}_{I_3} &= -m_3 \cdot \bar{a}_{S_3}; \\ \bar{M}_{I_3} &= -\bar{\epsilon}_3 \cdot J_{S_3}; \end{aligned}$$

Прикладываем вычисленные силы инерции  $P_{I_2}$  и  $P_{I_3}$  в точках  $S_2$  и  $S_3$  противоположно векторам  $\vec{\pi}S_2$  и  $\vec{\pi}S_3$ . Моменты от пар сил инерции  $M_{I_2}$  и  $M_{I_3}$  направляем противоположно угловым ускорениям  $\epsilon_2$  и  $\epsilon_3$ . Производим замену момента  $M_{I_2}$  и силы  $P_{I_2}$  результирующей  $P'_{I_2}$ , равной по величине силе  $P_{I_2}$ , и соответственно момента  $M_{I_3}$  и силы  $P_{I_3}$  результирующей силой  $P'_{I_3}$ .

Для этого вычислим плечи  $h_{И2}$  и  $h_{И3}$  по формулам

$$h_{И2} = \frac{M_{И2}}{P_{И2} \cdot \mu_1}, \quad [мм];$$

$$h_{И3} = \frac{M_{И3}}{P_{И3} \cdot \mu_1}, \quad [мм];$$

Реакции в кинематических парах А и  $O_3$  разложим на две составляющие, направленные по осям звеньев 2 и 3 и перпендикулярно этим осям, и обозначим их соответственно через  $R_{12}^n, R_{43}^n, R_{12}^r, R_{43}^r$ . Тангенциальные составляющие  $R_{12}^r, R_{43}^r$  находим из уравнения моментов всех сил относительно точки В для каждого звена в отдельности. Для звена 2 имеем

$$\sum M_B(3) = R_{43}^r \cdot O_3B - P'_{И3} \cdot h_{И3} - G_3 \cdot h_{G_3} = 0;$$

Из этого уравнения находим

$$R_{12}^r = \frac{P'_{И2} \cdot h_{И2} + G_2 \cdot h_{G_2} - P_{nc} \cdot h_{nc}}{AB};$$

Аналогично составляем уравнение моментов для звена 3

$$\sum M_B(2) = R_{12}^r \cdot AB + P_{nc} \cdot h_{nc} - P'_{И2} \cdot h_{И2} - G_2 \cdot h_{G_2} = 0;$$

Отсюда находим

$$R_{43}^r = \frac{P'_{И3} \cdot h_{И3} + G_3 \cdot h_{G_3}}{O_3B}.$$

Все плечи в уравнении моментов подставляем в мм, взяв их непосредственно с чертежа.

Если  $R^r$  получается с (-), то на схеме ее направление необходимо изменить на противоположное.

Нормальные составляющие  $R_{12}^n$  и  $R_{43}^n$  определяем, решая графически векторное уравнение для структурной группы (звенья 2 и 3)

$$\overline{R_{12}^n} + \overline{R_{12}^r} + \overline{P_{И2}} + \overline{G_2} + \overline{P_{nc}} + \overline{G_3} + \overline{P_{И3}} + \overline{R_{43}^r} + \overline{R_{43}^n} = 0 \quad (2.3)$$

Это уравнение представляет уравнение равновесия структурной группы в целом под действием всех приложенных к ней сил, в том числе и сил инерции. Неизвестные силы  $R_{12}^n$  и  $R_{43}^n$  ставим в начале и в конце уравнения, чтобы проще было получить точку их пересечения. Кроме того рекомендуется силы группировать по звеньям, т.е. вначале откладываются все силы, действующие на одно звено группы, а затем – все силы, действующие на другое звено. Такая группировка сил упрощает в дальнейшем определение реакций во внутренней кинематической паре группы.

В последнем уравнении все силы, кроме  $R_{12}^n$  и  $R_{43}^n$  известны по величине и направлению (подчеркнуты двумя линиями). Реакции  $R_{12}^n$  и  $R_{43}^n$  известны только по направлению (подчеркнуты одной линией).

Решая уравнение (2.3) графически, строя план сил в некотором масштабе  $\mu_p$  (Н/мм), масштаб  $\mu_p$  рекомендуется выбрать таким, чтобы максимальная составляющая уравнения

$$\overline{ab} = \frac{R_{12}^r}{\mu_p}, \quad [мм] \quad (2.3)$$

изображалась отрезком 100...120 мм. Выбираем полюс плана сил, обозначаем его точкой «а»

и от него откладываем в масштабе силу  $R^{\tau}_{12}$ , конец вектора обозначаем буквой «b», индекс  $R^{\tau}_{12}$  ставим посередине вектора «ab».

Далее последовательно откладываем все остальные известные силы, перенося их с механизма в план сил параллельно самим себе. Если длина вектора какой-то силы получается меньше 1 мм, то его совмещают с точкой, изображающей конец вектора предыдущей силы.

Затем из начала вектора  $R^{\tau}_{12}$  и конца вектора  $R^{\tau}_{43}$  проводим направления линий действия сил  $R^n_{12}$  и  $R^n_{43}$ , т.е. параллельно звеньям 2 и 3. Точка пересечения этих направлений (точка «m») определит длины векторов  $R^n_{12}$  и  $R^n_{43}$ .

$$R^n_{12} = (ma)\mu_p;$$

$$R^n_{43} = (em)\mu_p;$$

Для определения реакции в кинематической паре «В» решаем графически векторное уравнение сил, приложенных к одному из звеньев, например, к звену 2. Отбрасываем звено 3 и его действие заменяем реакцией  $R_{32}$ , подлежащей определению

$$\overline{R_{12}} + \overline{P_{H_2}} + \overline{G_2} + \overline{P_{nc}} + \overline{R_{32}} = 0 \quad (2.4)$$

Для решения этого уравнения достаточно соединить точку «e» с точкой «m» плана сил (рис.2.1.). Стрелка вектора  $R_{32}$  направлена к точке «m».  $R_{32}=(em)\mu_p$

## 2.2. Методика определения реакций в кинематических парах группы Ассур II класса 2 вида

Рассмотрим кривошипно-ползунный механизм двигателя внутреннего сгорания. На рис. 2.2 приведена кинематическая схема механизма (а), план ускорений (б), схема структурной группы (в) и план сил (г).

Величина силы давления газов на поршень  $P_d$  определяется по индикаторной диаграмме, которая строится согласно данным, приведенным в задании. Определяем инерционную нагрузку звеньев и прикладываем все силы к звеньям в соответствующих точках.

Действие на группу отброшенных частей механизма заменяем их реакциями  $R^n_{12}$ ,  $R^{\tau}_{12}$  и  $R_{43}$ . Реакция  $R_{43}$  — это сила действия со стороны стенки цилиндра на поршень. Она направлена перпендикулярно оси цилиндра (без учета сил трения).

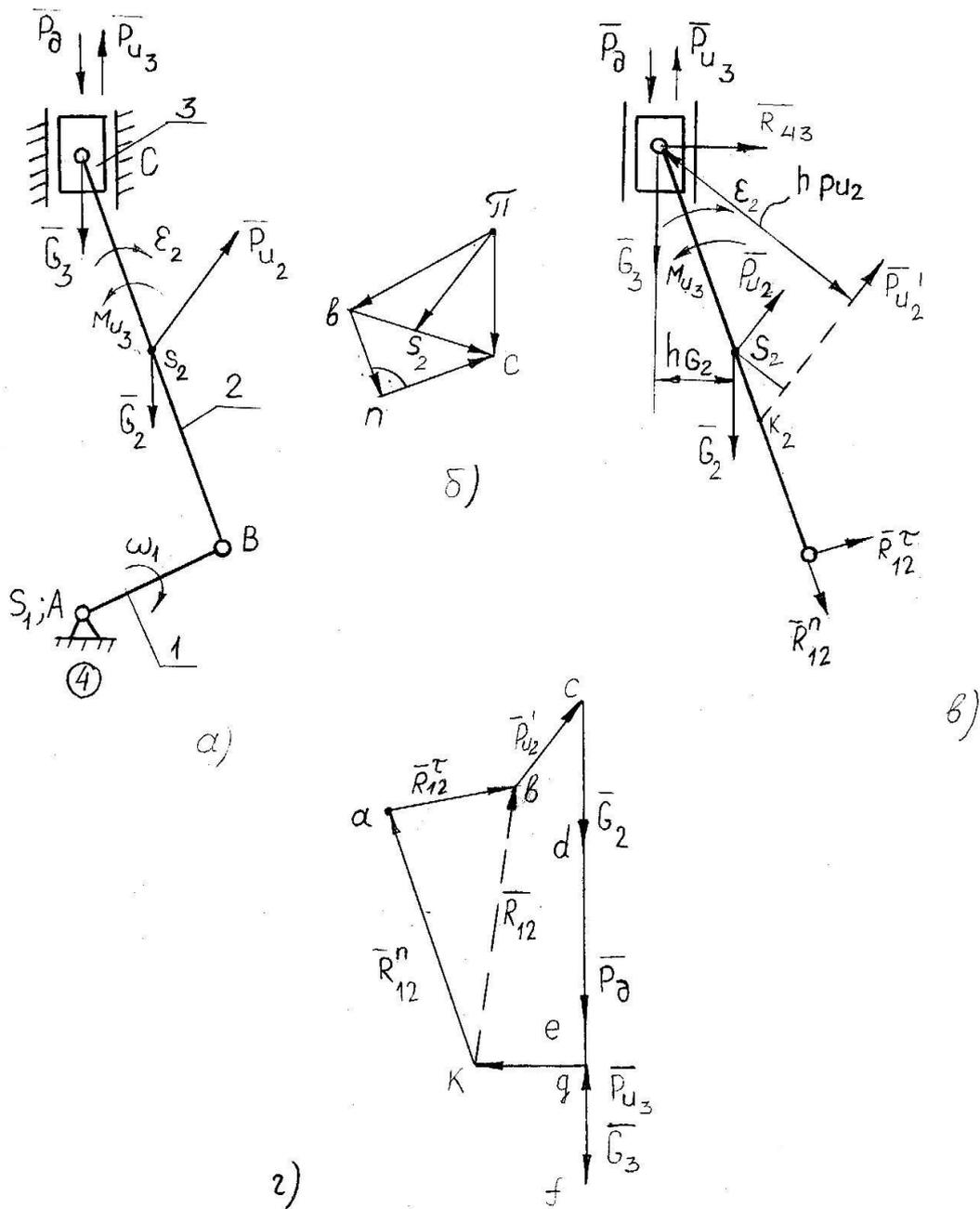


Рис 2.2. Кинематическая схема механизма (а), план ускорений (б), схема структурной группы (в) и план сил (г)

Величина  $R_{12}^{\tau}$  определяется из уравнения моментов всех сил, действующих на звено 2, относительно точки С (см. предыдущий пример).

Реакции  $R_{12}^n$ ,  $R_{43}$  определим методом планов сил, рассматривая равновесие группы 2—3 согласно уравнению:

$$\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^{\tau} + \bar{P}_0 + \bar{G}_2 + \bar{P}_{u3} + \bar{P}_{u2} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{43} = 0.$$

Методика графического решения этого уравнения рассмотрена в предыдущем примере.

### 2.3. Особенности определения реакций в кинематических парах группы Ассур II класса 3 вида

Этот вопрос рассмотрим на примере кривошипно—кулисного механизма строгального станка (рис.2.3). Данный механизм состоит из группы Ассур II класса 2 вида (звенья 4 и 5) и группы II класса 3 вида (звенья 2 и 3). Как было указано силовой расчет такого механизма нужно начинать с о структурной группы наиболее удаленной от ведущего звена, т.е. с группы (4.5).

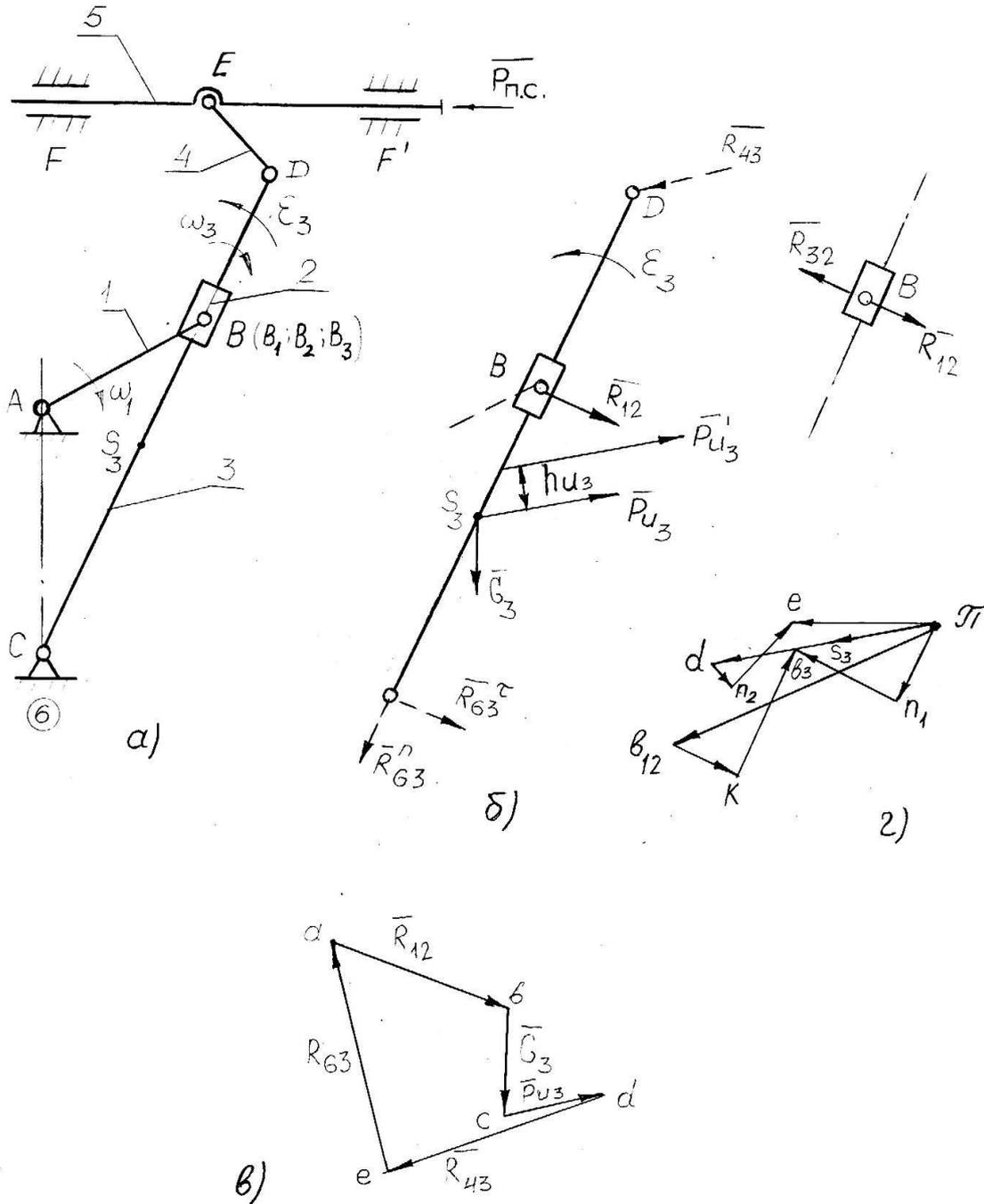


Рис. 2.3. Схема кулисного механизма (а), структурной группы II кл. 3 вида (б), план сил (в), план ускорений (г)

Методика силового расчета группы Ассура II класса 2 вида уже рассмотрена, согласно которой определяем реакции в парах F, E, D.

Приступаем к силовому расчету группы звеньев 2,3 (группа II класса 3 вида).

Реакция

$$R_D = R_{34} = -R_{43}.$$

Прикладываем ее к звену 3 в точке D. Обычно массой кулисного камня пренебрегают, поэтому  $R_{И2}=0$ ,  $M_{И2}=0$ . Прикладываем к звену 3 в соответствующих точках заданные и вычисленные силы. Реакции, подлежащие определению будут:  $R_{12}$ , приложенная в центре шатуна B и  $R_{63}$ , приложенная в центре шарнира C.

Направление реакции  $R_{12}$  определим, рассмотрев равновесие звена 2. Так как это звено невесомое, то оно будет находиться в равновесии под действием двух сил  $R_{12}$  и  $R_{32}$  (рис. 2.3 в).

$R_{32}$  — это сила действия направляющей BC на звено 2. Без учета сил трения направление реакции  $R_{32}$  перпендикулярно к направлению BC.

Значит силы  $R_{12}$  и  $R_{32}$  равны и противоположного направления.

Зная направление  $R_{12}$ , найдем ее по модулю на уравнения моментов всех сил относительно точки C

$$-R_{43} \cdot h_{R_{43}} + P'_{И3} \cdot h_{И3} + G_3 \cdot h_{G_3} + R_{12} \cdot BC = 0,$$

откуда

$$R_{12} = \frac{R_{43} \cdot h_{R_{43}} - P'_{И3} \cdot h_{И3} - G_3 \cdot h_{G_3}}{BC}.$$

Реакцию  $R_{63}$  определим, решив векторное уравнение равновесия всех сил, действующих на звенья 2, 3.

$$\overline{R_{43}} + \overline{G_3} + \overline{R_{12}} + \overline{P'_{И3}} + \overline{R_{63}} = 0 \quad (2.5)$$

Решение уравнения (2.5) представлено на рис.2.3. Реакция  $R_{63}$  замкнет многоугольник сил.

#### 2.4. Силовой расчет ведущего звена

При расчете ведущего звена определяют уравновешивающую силу и реакцию в кинематической паре “стойка— ведущее звено”.

Ведущие звенья могут быть нагружены силами по схемам, представленным на рис.2.4.

Определение неизвестных сил, действующих на ведущее звено начинают после расчета всех структурных групп, т.е. после определения реакций  $R_{12}$  (для схемы на рис.2.4.а) и  $R_{12}$  и  $R_{14}$  (для схемы на рис. 2.4.б и в).

В точках A (A и B), прикладываем реакции  $R_{21} \uparrow \downarrow R_{12}$  ( $R_{41} \uparrow \downarrow R_{14}$ ); в точке  $S_1$  прикладываем силы тяжести звеньев, если  $S_1$  не совпадает с осью вращения звена, то появляется сила инерции. Под действием всех перечисленных сил ведущее звено не находится в равновесии, поэтому в точку A прикладываем так называемую уравновешивающую силу  $P_y$ , перпендикулярно кривошипу и определяем ее, решив уравнение моментов всех сил действующих на звено 1, относительно точки  $O_1$ . Для схемы рис. 2.4.а, имеем

$$\sum M_{O_1}(1) = 0;$$

$$R_{21} \cdot h_{21} - P_y \cdot O_1A = 0;$$

Откуда

$$P_y = \frac{R_{21} \cdot h_{21}}{O_1A};$$

Для схемы на рис. 2.4. «б» и «в»

$$R_{21} \cdot h_{21} + R_{41} \cdot h_{41} - P_y \cdot O_1A = 0;$$

$$P_y = \frac{R_{21} \cdot h_{21} + R_{41} \cdot h_{41}}{AO_1}.$$

Для определения реакции  $R_{61}$  в паре кривошип 1 —стойка 6, записываем уравнение сил, действующих на звено 1.

$$\overline{R_{21}} + \overline{G_1} + \overline{R_{21}} + \overline{R_{41}} + \overline{P_y} + \overline{R_{61}} = 0 \quad (2.6)$$

Решая уравнение 2.6 графически, т.е. построением плана сил, определяем величину  $R_{61}$ .

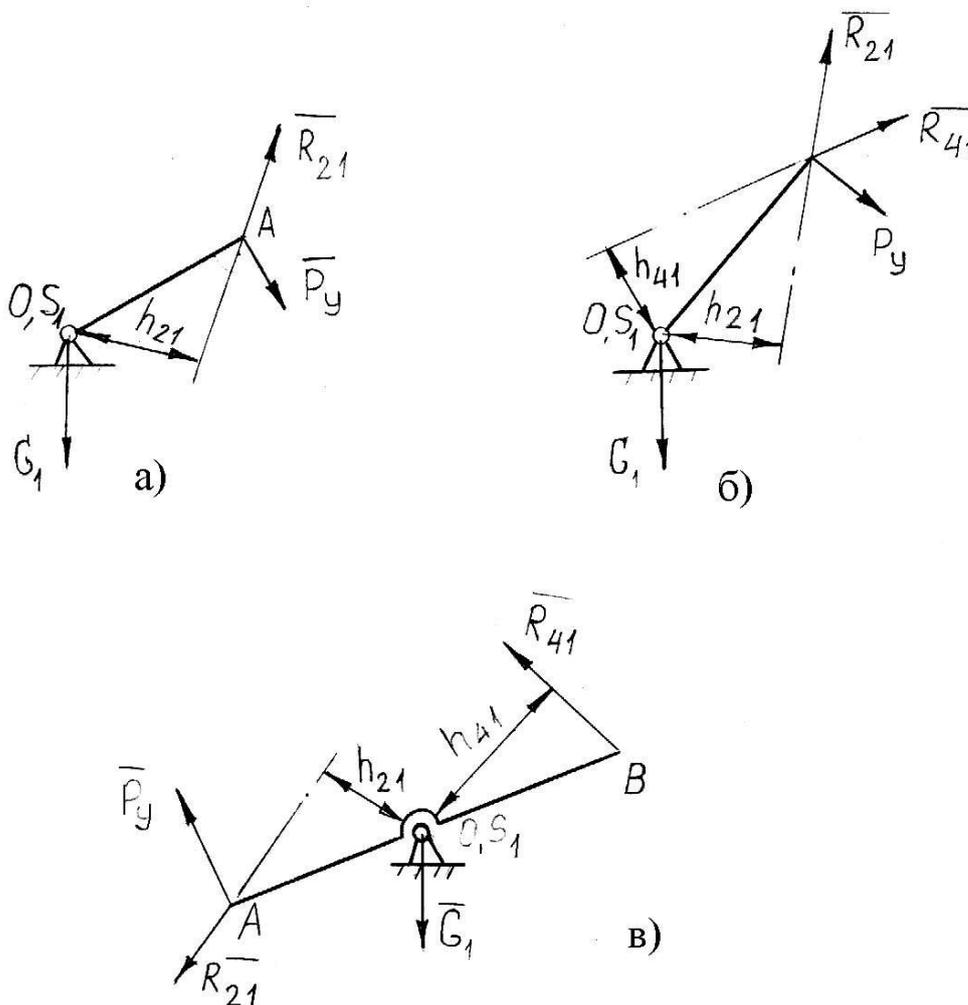


Рис 2.4. Расчетные схемы ведущих звеньев: одноцилиндрового (а), V-образного (б) и двухцилиндрового (в) двигателей

## 2.5. Определение уравновешивающей силы при помощи рычага Жуковского

Если при силовом расчете механизма требуется определить только уравновешивающую (приведенную) силу, то пользуются методом Жуковского.

Для этого строим в произвольном масштабе повернутый на  $90^0$  план скоростей для рассматриваемого положения механизма. Удобнее поворачивать план в сторону, противоположную  $\omega_1$ .

Все силы с механизма, включая и силы инерции звеньев, а также искомую уравнивающую силу переносим параллельно самим себе в одноименные точки повернутого плана скоростей (силы показываются без масштаба). Положение точек  $S_i$  и  $K_i$  определяется по правилу подобия. Рассматривая план скоростей как жесткий рычаг, находящийся под действием приложенных сил в равновесии, составляем уравнение моментов всех перенесенных сил относительно полюса плана скоростей и решаем его относительно  $P_y$

$$\sum M_p(P_i) = 0$$

Сравниваем результаты вычислений уравнивающей силы  $P_y$  найденной методами планов и рычага Жуковского. Расхождение результатов должно составлять не более  $P_y \pm 5\%$ .

Пример: определить уравнивающуюся силу для кривошипно-шатунного механизма в положении, указанном на рис.2.5., и нагруженного силами  $P_d, G_3, G_2, P_{u3}, P_{u2}$ .

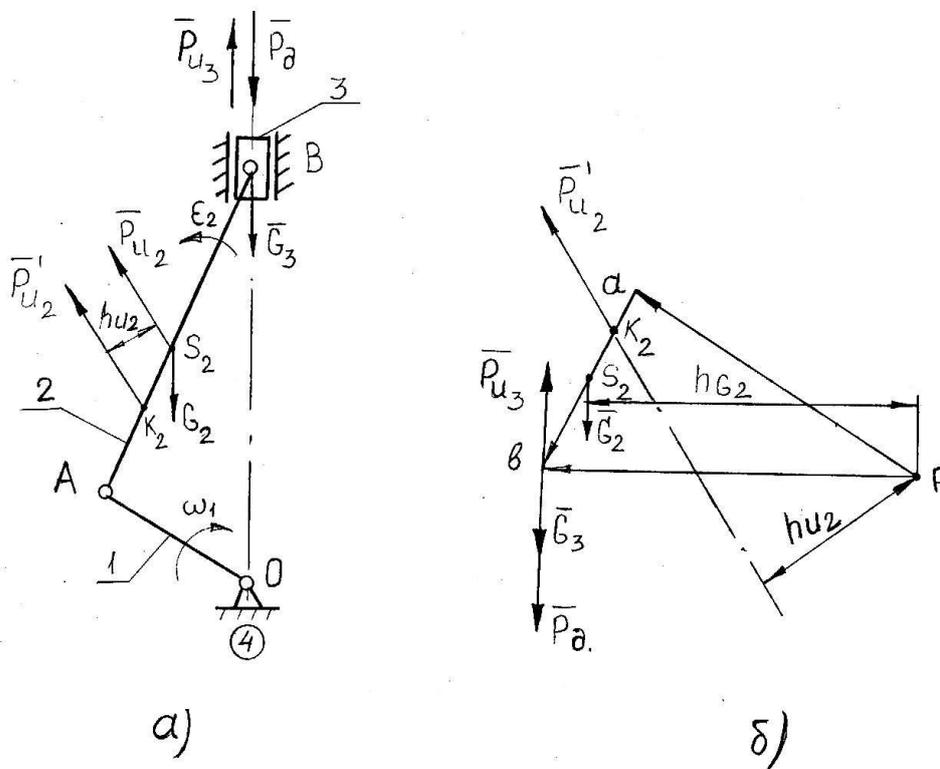


Рис.2.5. Схема кривошипно-ползунного механизма с приложенными силами (а) и рычаг Жуковского (б)

Строим повернутый на  $90^\circ$  план скоростей (рис 2.5. б).

Переносим все силы с плана механизма на план скоростей в одноименные точки, определяем плечи действия всех сил относительно полюса Р. Плечом силы  $P_y$  будет отрезок «ра». Составляем уравнения моментов всех сил относительно полюса.

$$\sum M_p(P_i) = 0;$$

$$(G_3 + P_\theta) \cdot pb - P'_{u_3} \cdot pb + G_2 \cdot h_2 - P'_{u_2} \cdot h_{u_2} - P_y \cdot ap = 0;$$

$$P_y = \frac{(G_3 + P_\theta) \cdot pb - P'_{u_3} \cdot pb + G_2 \cdot h_2 - P'_{u_2} \cdot h_{u_2}}{ra}.$$

Длины плеч действия сил берем с плана скоростей без масштаба.

### 3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Основными исходными данными для синтеза кулачковых механизмов являются:

- 1) максимальный ход толкателя  $S_{\max}$ ;
- 2) величина фазовых углов: фазы удаления  $\varphi_y$ ; фаза дальнего стояния  $\varphi_{д.с.}$  и фазы приближения  $\varphi_n$ ;
- 3) закон движения толкателя.

Если закон движения толкателя не задан, то его выбирают в соответствии с требованиями осуществляемого рабочего процесса, который определяет величину  $S_{\max}$  толкателя, допустимый пик скорости  $V_{\max}$ , пик ускорения  $a_{\max}$  на фазе удаления.

В заданиях на курсовое проектирование задается чаще всего график зависимости ускорения толкателя в функции угла поворота кулачка (график аналога ускорений), по которому определяют закон движения толкателя.

Проектирование кулачковых механизмов проводится в два этапа:

- 1) определение основных размеров механизма (минимального радиуса— вектора кулачка, эксцентриситета, длины коромысла и др.) с учетом геометрических и динамических условий;
- 2) определение элемента высшей пары на кулачке (построение профиля кулачка) по заданному закону движения толкателя.

#### 3.1. Определение минимального радиуса-вектора кулачка

По графику зависимости ускорения толкателя от угловой скорости кулачка определяем закон движения толкателя. Наибольшее распространение в кулачковых механизмах получили три вида законов: параболический, косинусоидальный и синусоидальный (рис. 3.1).

Построение кинематических параметров движения толкателя начинаем с определения масштаба по оси абсцисс, на которой будем определять углы поворота кулачка.

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_p}{l_x}, \quad \left[ \frac{\text{град.}}{\text{мм}} \right],$$

где  $\varphi_p$ — рабочий угол кулачка, град;

$$\varphi_p = \varphi_y + \varphi_{д.с.} + \varphi_n,$$

$l_x$ — длина отрезка оси X—X, изображающего  $\varphi_p$ , мм.

Масштаб по оси ординат

$$\mu_s = \frac{S_{\max}}{Y_{\max}}, \quad \left[ \frac{\text{мм}}{\text{мм}} \right],$$

где  $S_{\max}$ — максимальный ход толкателя, мм;

$Y_{\max}$  — ордината, изображающая  $S_{\max}$ , мм.

В курсовых проектах рекомендуется  $Y_{\max}$  принимать в пределах 60...70 мм.

После построения графика  $S=S(\varphi)$  путем последовательного двухкратного графического дифференцирования строятся графики  $V=V(\varphi)$  и  $a=a(\varphi)$ . Методика графического дифференцирования изложена в первом разделе.

Более точные результаты можно получить, если эти графики построить аналитически.

Рассмотрим методику построения кинематических диаграмм

$$S=S(\varphi); \quad V=V(\varphi) \quad \text{и} \quad a=a(\varphi)$$

для параболического, косинусоидального и синусоидального законов.

### 3.1.1. Параболический закон

График перемещения строится как две сопряженные ветви параболы (рис.3.1а). Вершина одной параболы находится в начале координат, другой — в точке с координатами  $(\varphi_y, S_{\max})$ . На оси абсцисс откладываем фазовый угол удаления  $\varphi_y$ , в масштабе  $\mu_\varphi$  делим его на 6 или 8 частей, а на оси ординат — максимальный ход толкателя  $S_{\max}$  в масштабе. Из середины отрезка  $\varphi_y$  восстанавливаем перпендикуляр длиной  $u_{\max} = S_{\max} / \mu_s$  и делим его на такое число частей, что и отрезок  $\varphi_y$ , нумеруя их снизу вверх. Точки нижней половины перпендикуляра соединяем с началом координат, а верхней — с точкой имеющей координаты  $(\varphi_y, S_{\max})$ . Каждый луч, пересекаясь с одноименной ординатой, дает точку, принадлежащую параболе. Соединяем полученные точки плавной кривой и получаем график  $S=S(\varphi)$  на фазе удаления. На фазе дальнего стояния график идет параллельно оси абсцисс. Ветвь параболы на фазе приближения строится аналогично. Графики  $V=V(\varphi)$  и  $a=a(\varphi)$  строятся методом графического дифференцирования соответственно графиков  $S=S(\varphi)$ ; и  $V=V(\varphi)$  или аналитическим методом. В этом случае, ордината изображающая максимальную скорость определяется по формуле  $V_{\max}=2S_{\max}/\varphi_y$ , а ордината, изображающая максимальное ускорение  $a_{\max}=4 / \varphi_y^2$ , причем оба графика будут построены в масштабе графика  $S=S(\varphi)$  т.е. в масштабе  $\mu_s$ .

### 3.1.2. Косинусоидальный закон

Намечаем координатные оси  $SOY$  (рис.3.1б). На оси  $S$  от начала координат откладываем отрезок, равный максимальному ходу толкателя  $S_{\max}$  в масштабе  $\mu_s$ . По оси  $\varphi$  откладываем в масштабе  $\mu_\varphi$  угол удаления и делим его на 6 или 8 частей (в данном случае — на 8 частей). Затем через точки деления проводим ординаты. Затем на оси  $S$  радиусом  $r=S_{\max}/2$  проводим полуокружность, которую делим на тоже количество частей, что и фазу удаления. Далее из точек деления проводим прямые, параллельные оси  $\varphi$  до пересечения с соответствующими ординатами. Точки пересечения соединяем плавной кривой. Остальные графики получаем графически дифференцированием или аналитически. При этом для построения графика  $V=V(\varphi)$  из начала координат радиусом, равным  $r=(\pi \cdot S_{\max})/2 \varphi_y$ , проводим четверть окружности, которую делим на 4 части. Из точек проводим прямые, параллельные оси  $\varphi$  до пересечения с соответствующими ординатами. Точки пересечения соединяем плавной кривой. Для фазы приближения построение кривой аналогично.

Для построения графика  $a=a(\varphi)$  из начала координат радиусом

$$r = \frac{\pi^2 \cdot S_{\max}}{2\varphi_y^2},$$

проводим полуокружность и разбиваем ее на 8 равных частей. Точки деления сносим параллельно оси  $\varphi$  до пересечения с соответствующими ординатами. Масштабы всех графиков при таких построениях будут одинаковы и равны масштабу графика перемещений  $\mu_s$ .

### 3.1.3. Синусоидальный закон

Участок, соответствующий фазе удаления по оси  $\varphi$  делим на 6 или 8 частей ( в данном случае делим на 8 ), (рис.3.1.в). Через точки деления проводим ординаты. Из начала координат проводим окружность радиусом  $r = S_{\max}/2\pi$ . Эту окружность делим на 6 или 8 частей (в рассмотренном примере на 8 частей). Нумерацию начинают с крайней левой точки горизонтального диаметра, обозначив ее “О”. Точки деления сносим на ось ординат  $S$ . Начало координат соединяем прямой с точкой, имеющей координаты  $(\varphi_y, S_{\max})$ . Из остальных точек проводим прямые, параллельные данной. На пересечении этих прямых с соответствующими ординатами получаем точки искомого графика.

График  $V=V(\varphi)$ . На оси ординат откладываем отрезок равный  $2S_{\max} / \varphi_y$  мм, и на нем, как на диаметре, строим левую полуокружность. Делим окружность на 8 частей, полуокружности на 4 части (нумеруя с нижней точки вертикального диаметра). Точки деления окружности сносим на ось ординат, далее на соответствующие ординаты. Точки пересечения дают искомый профиль графика.

График  $a=a(\varphi)$  строится как синусоида с амплитудой  $a_{\max}=2\pi S_{\max} / \varphi_y^2$ .

Для этого из начала координат проводится окружность полученного радиуса и делится в данном примере на 8 частей. Нумеруем точки деления по ходу часовой стрелки, начиная с крайней левой точки горизонтального диаметра, приняв ее за нулевую точку. Здесь все построения велись для фазы удаления. Для фазы приближения построения аналогичны, только вместо  $\varphi_y$  нужно брать  $\varphi_n$ .

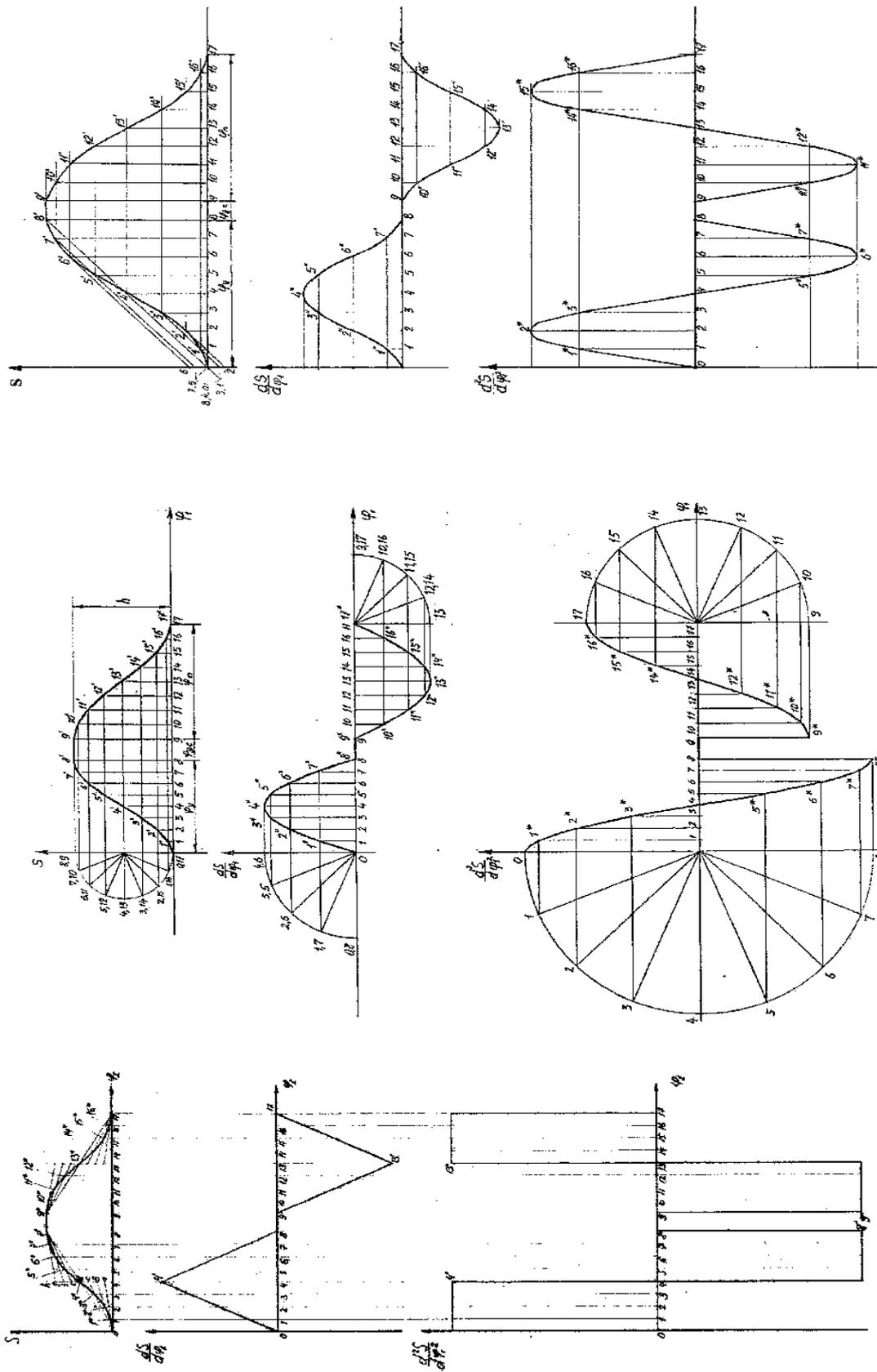
После построения кинематических диаграмм строят совместный график зависимости перемещения толкателя от его скорости ( для поступательного движущегося и качающегося толкателя ). Затем на них, т.е. на этих графиках и определяют величину минимального радиуса—вектора кулачка. Рассмотрим методику определения  $R_{\min}$  для указанных типов механизмов.

#### 3.1.4. Определение $R_{\min}$ для кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем

Исходные данные: закон движения толкателя, фазовые углы, максимальный ход толкателя.

Примем закон движения толкателя синусоидальным.

После построения кинематических диаграмм  $S=S(\varphi)$  и  $V=V(\varphi)$  совмещенный график  $S=S(v)$  строится следующим образом. Правее графика  $V=V(\varphi)$  проводим прямую под углом  $45^\circ$  к оси таким образом, чтобы на нее можно было спроектировать все точки графиков  $S=S(\varphi)$  и  $V=V(\varphi)$ . Из точки пересечения наклонной прямой с осью  $\varphi$  графика  $V=V(\varphi)$  проводим вертикаль, по которой будет направлена ось  $S$ . Значения ординат с графика  $V=V(\varphi)$  переносим на наклонную прямую и с нее — на горизонтали, проведенные из одноименных ординат графика  $S=S(\varphi)$ . Точки пересечения соединяем плавной кривой и получаем график  $S=S(v)$ . К полученному графику проводим касательные под углом  $\nu_{\text{доп}}$ . (допустимый угол давления — для кулачковых механизмов  $\nu_{\text{доп}}=25-35^\circ$ ) к оси ординат. Расстояние от точки пересечения касательных до начала координат графика  $S=S(v)$  дает



а) б) в) Рис. 3.1. Законы движения толкателя в кулачковых механизмах: параболический (а), косинусоидальный (б) и синусоидальный (в)

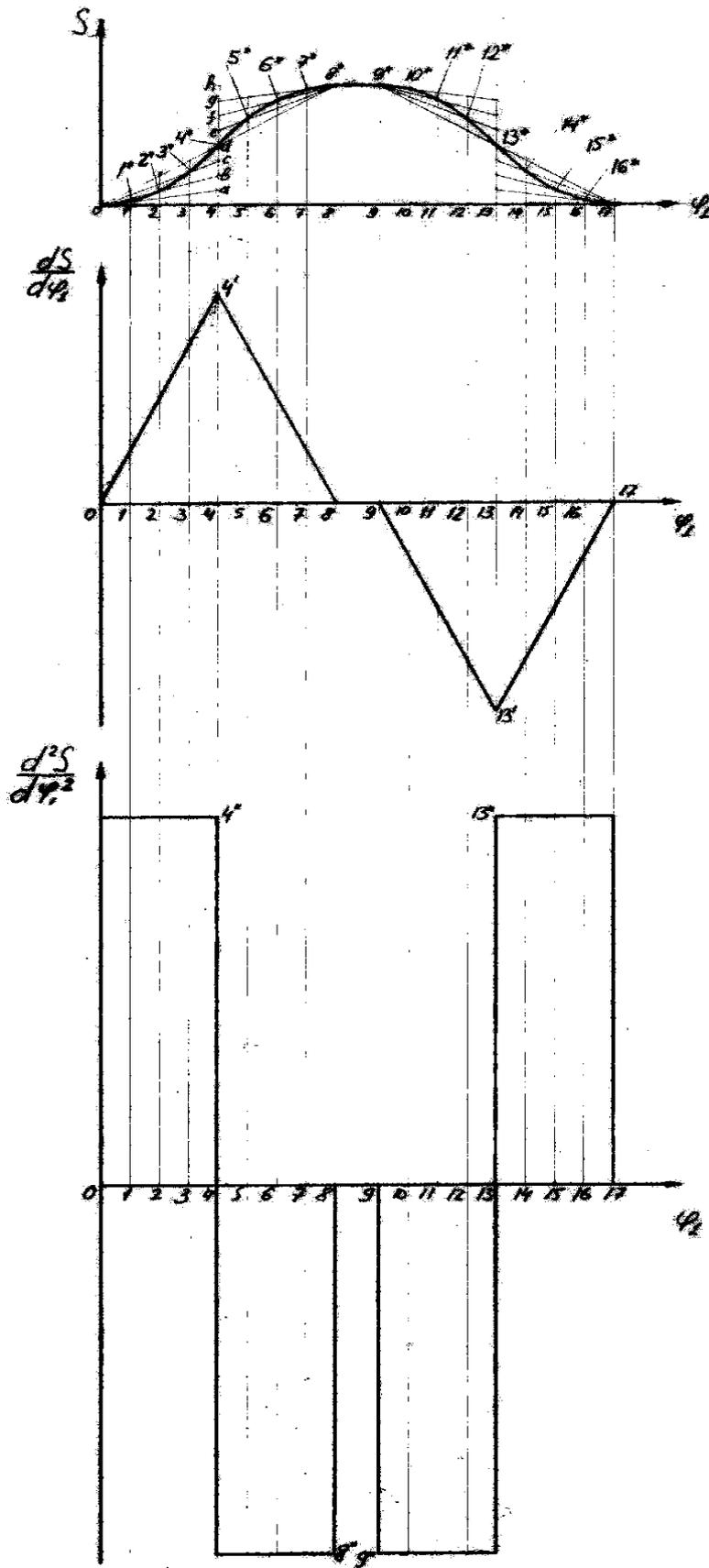


Рис. 3.1(а) Параболический закон движения толкателя кулачкового механизма

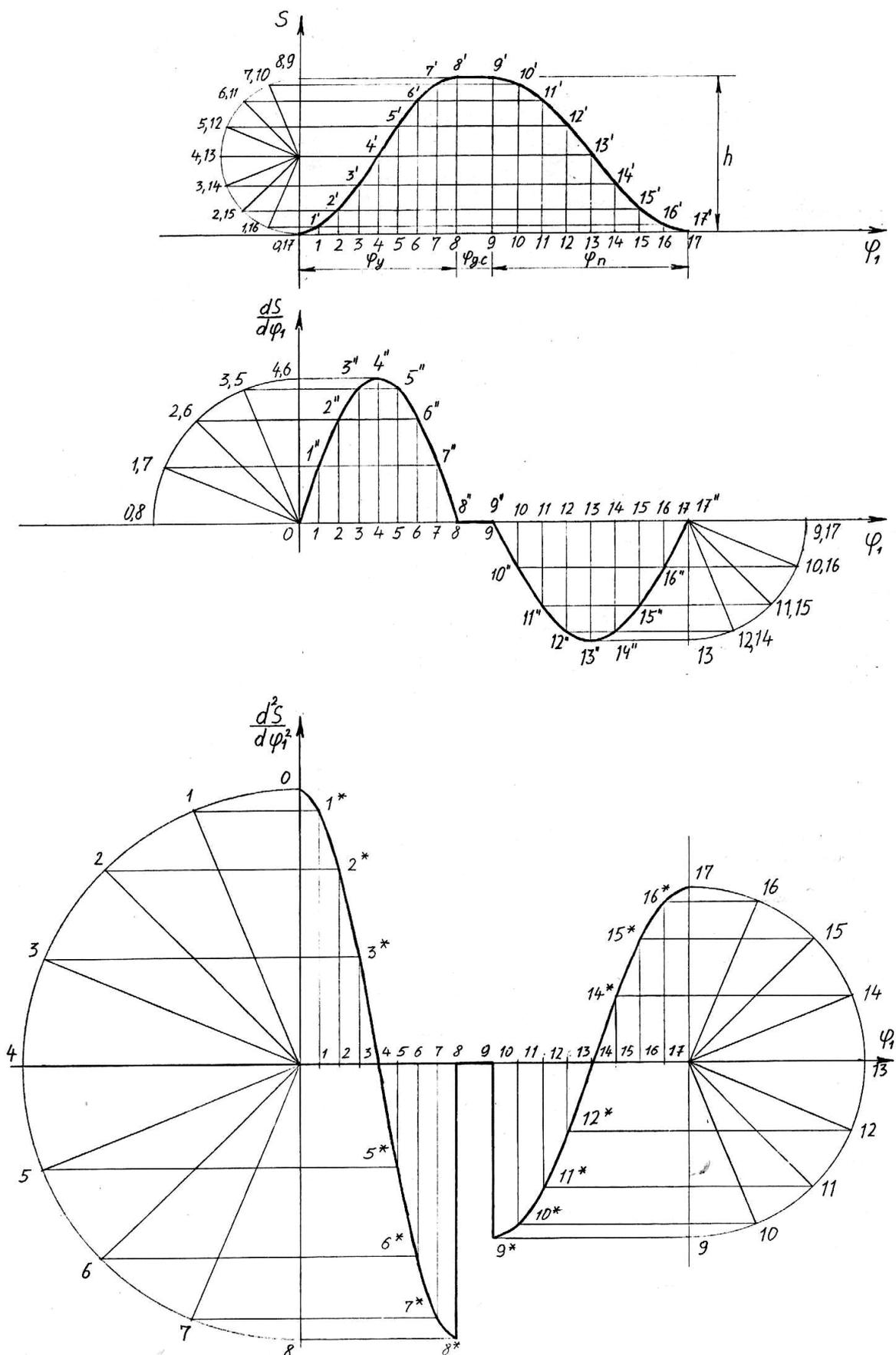


Рис. 3.1.(б) Косинусоидальный закон движения толкателя кулачкового механизма

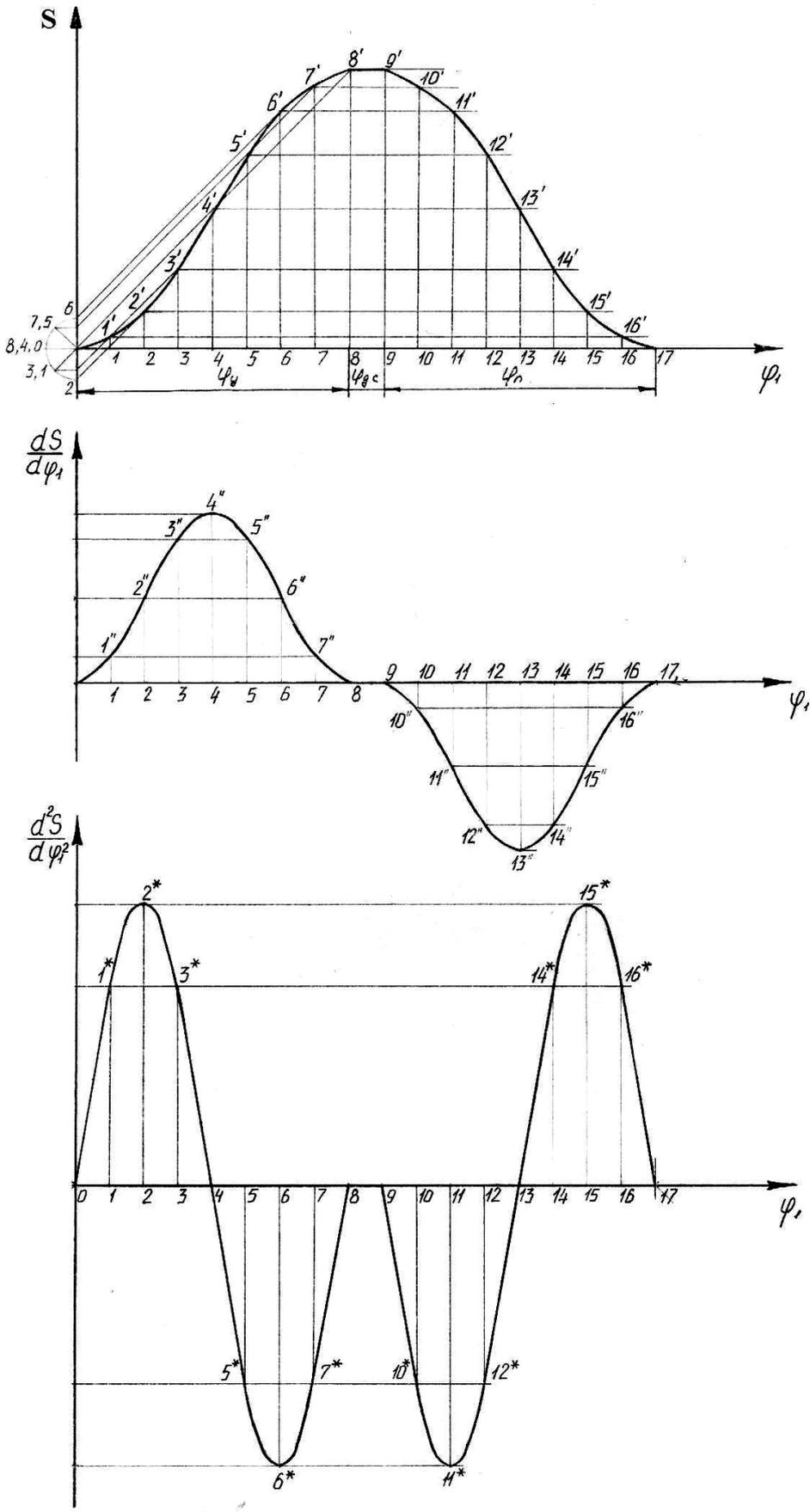


Рис. 3.1(в) Синусоидальный закон движения толкателя кулачкового механизма

величину  $R_{\min}$  в масштабе  $\mu_S$ . Величина «e» — смещение оси толкателя относительно оси вращения кулачка. Если механизм берут без смещения, то  $R_{\min}$  определяется отрезком  $OO_1$  на продолжении оси  $S$ .

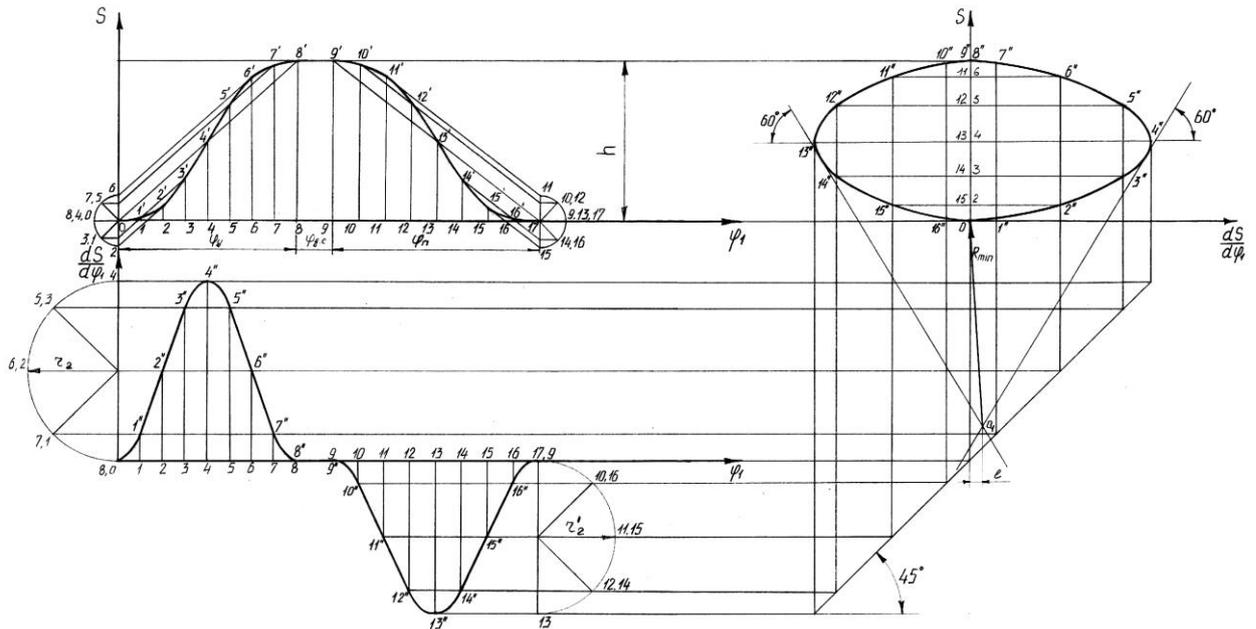


Рис.3.2. Определение минимального радиуса кулачка с поступательно движущимся толкателем

### 3.1.5. Определение $R_{\min}$ для кулачкового механизма с качающимся толкателем (с коромыслом)

Исходными данными здесь будут: закон движения толкателя, фазовые углы, длина коромысла  $l$ , максимальный угол качания  $\Psi_{\max}$ .

Вначале по методике, рассмотренной выше, строим графики перемещений, первой и второй производных по углу поворота кулачка. Причем перемещение можно выразить как в угловых координатах, так и в линейных, т.к.  $S_{\max} = l \cdot \Psi_{\max}$  — максимальный дуговой путь коромысла.

Далее строим совмещенный график (рис.3.3.) для этого из произвольной точки с радиусом  $CB_0 = l / \mu_S$  проводим дугу  $B_0\delta$ . На этой дуге от точки  $B_0$  откладываем с графика перемещений соответствующие отрезки  $B_0-1, B_0-2, \dots, B_0-8$ . Полученные точки 1, 2, 3... и т.д. представляют собой положение конца коромысла, соответствующие заданным углам поворота кулачка. Через точку «С» и полученные точки на дуге проводим лучи, на которых откладываем ординаты с графика  $V=V(\varphi)$ .

При вращении кулачка с коромыслом на фазе удаления в одну сторону ординаты с графика нужно откладывать в сторону от дуги  $B_0\delta$  в сторону точки С. Если на фазе удаления кулачок и коромысло вращаются в разные стороны, то ординаты с графика  $V(\varphi)$  нужно откладывать для фазы удаления в сторону, противоположную от точки С.

В результате получим точки 0, 1, 2, 3, 4, ... 17. Через эти точки проводим прямые под углом  $\gamma_{\min} = 90^\circ - \nu_{\min}$  к лучам  $C1', C2', C3', \dots$  и т.д...

Наиболее удаленная от точки О, точка пересечения двух прямых  $O_1$  дает центр вращения кулачка, отрезок  $OO_1$  в масштабе  $\mu_S$  определит величину  $R_{\min}$ .

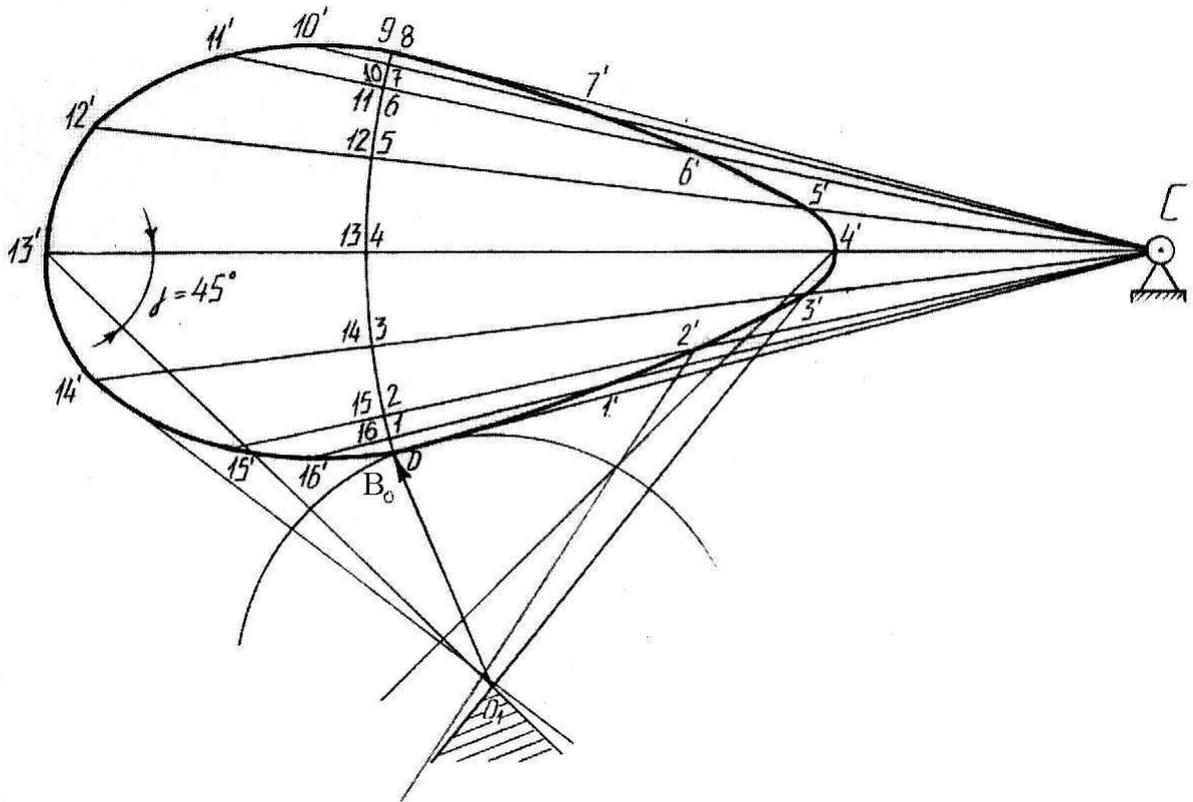


Рис.3.3. Определение минимального радиуса кулачка с коромыслом

### 3.1.6. Определение минимального радиуса кулачка с плоским толкателем

Исходные данные: максимальный ход толкателя, фазовые углы, закон движения толкателя.

Для определения  $R_{\min}$  необходимо графики  $S=S(\varphi)$  и  $a=a(\varphi)$ . Предположим, что закон движения задан в виде синусоиды (рис.3.4.).

После построения графиков перемещений и ускорений строим совмещенный график  $S=S(a)$ .

Для этого проводим взаимно перпендикулярно оси. Ось ординат обозначим через  $S$ , ось абсцисс — через

$$a \left( \frac{d^2 S}{d\varphi^2} \right),$$

причем ось  $a$  расположена на продолжении оси  $\varphi$  графика  $S=S(\varphi)$ . На ось  $S$  совмещенного графика горизонтальными лучами сносим ординаты с графика  $S=S(\varphi)$ . На этих лучах откладываем отрезки 1—1", 2—2", 16—16", равные ординатам графика  $a=a(\varphi)$ .

Причем положительные значения ординат откладываем вправо от оси « $S$ » совмещенного графика, а отрицательные — влево. Соединим полученные точки  $1^x, 2^x, \dots, 17^x$  плавной кривой. К отрицательной части графика  $S=S(a)$  (левый квадрант) проводим касательную под углом  $45^\circ$  до пересечения ее с осью ординат в точке  $O'$ . Зададимся минимальной величиной радиуса кривизны  $\rho_{\min}$ , равной 10...15 мм в масштабе  $\mu_s$ , откладываем вниз от точки  $O'$ . Получим точку  $O_1$ . Тогда расстояние « $O_1O$ » — есть минимальный радиус  $R_{\min}$  кулачка в масштабе  $\mu_s$ ,  $R_{\min}=O_1O \cdot \mu_s$ .



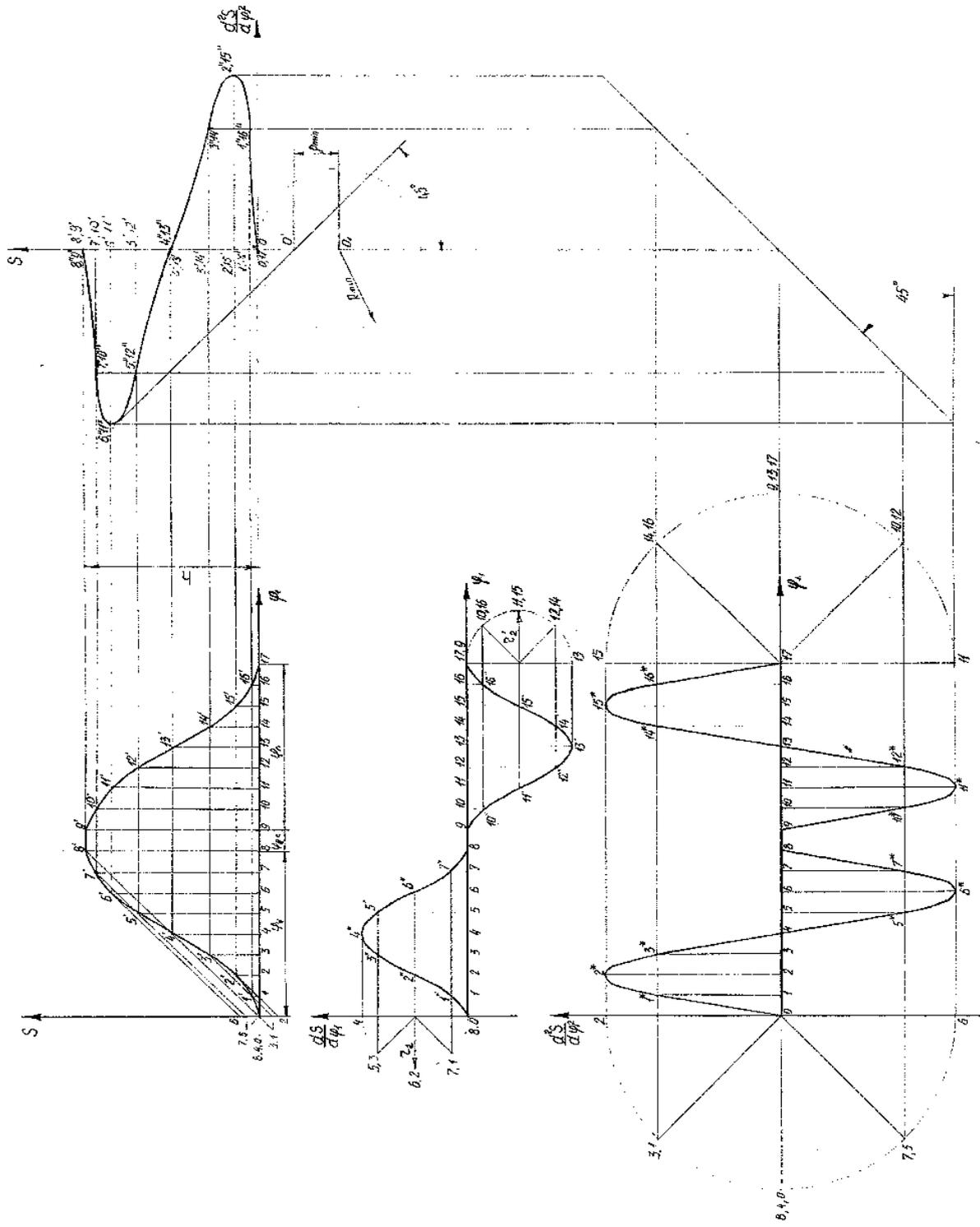


Рис.3.4. Определение минимального радиуса кулачкового механизма с плоским толкателем

## 3.2. ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКОВ

### 3.2.1. ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА С ПОСТУПАТЕЛЬНО ДВИЖУЩИМСЯ ТОЛКАТЕЛЕМ.

Из произвольной точки  $O_1$  (рис.3.5."а") проводим окружность радиусом  $R_{\min}$  в масштабе  $\mu_s$ . Если механизм со смещением, то из точки  $O_1$  проводим также окружность радиусом « $e$ » в том же масштабе (рис.3.5."б"). Из центра  $O_1$  проводим вертикальную прямую для механизма без смещения или вертикальную касательную (для механизма со смещением) точку пересечения вертикали с окружностью  $R_{\min}$  принимаем за нулевую. От нее откладываем перемещения толкателя, взятые с графика  $S=S(\varphi)$  на фазе удаления. Если угол  $\varphi_y$  разбит на 8 интервалов, то на вертикали тоже будет 8 точек. Радиусом  $O_18$  проводим окружность и от прямой  $O_18$  откладываем фазовые углы последовательно, в направлении, противоположном вращению кулачка. Дуги окружности, соответствующие фазовым углам на участке удаления и приближения, делим на такое число частей, что и на графике  $S=S(\varphi)$ . Полученные точки соединяем с центром  $O_1$  (для механизма без смещения) или через них проводим касательные к окружности радиуса « $e$ ». Затем из точки  $O_1$  (центра вращения кулачка) проводим дуги радиусами  $O_11, O_12, O_13, \dots, O_18$ , до пересечения с соответствующими касательными. Получим точки 1,2,3, и т.д. Соединив точки плавной кривой, получим теоретический профиль кулачка.

В точках 1,2,3 и т.д. проводим окружности, равные радиусу ролика и, проведя огибающую кривую положений ролика, получим практический (рабочий) профиль кулачка (рис 3.5. "а" и "б").



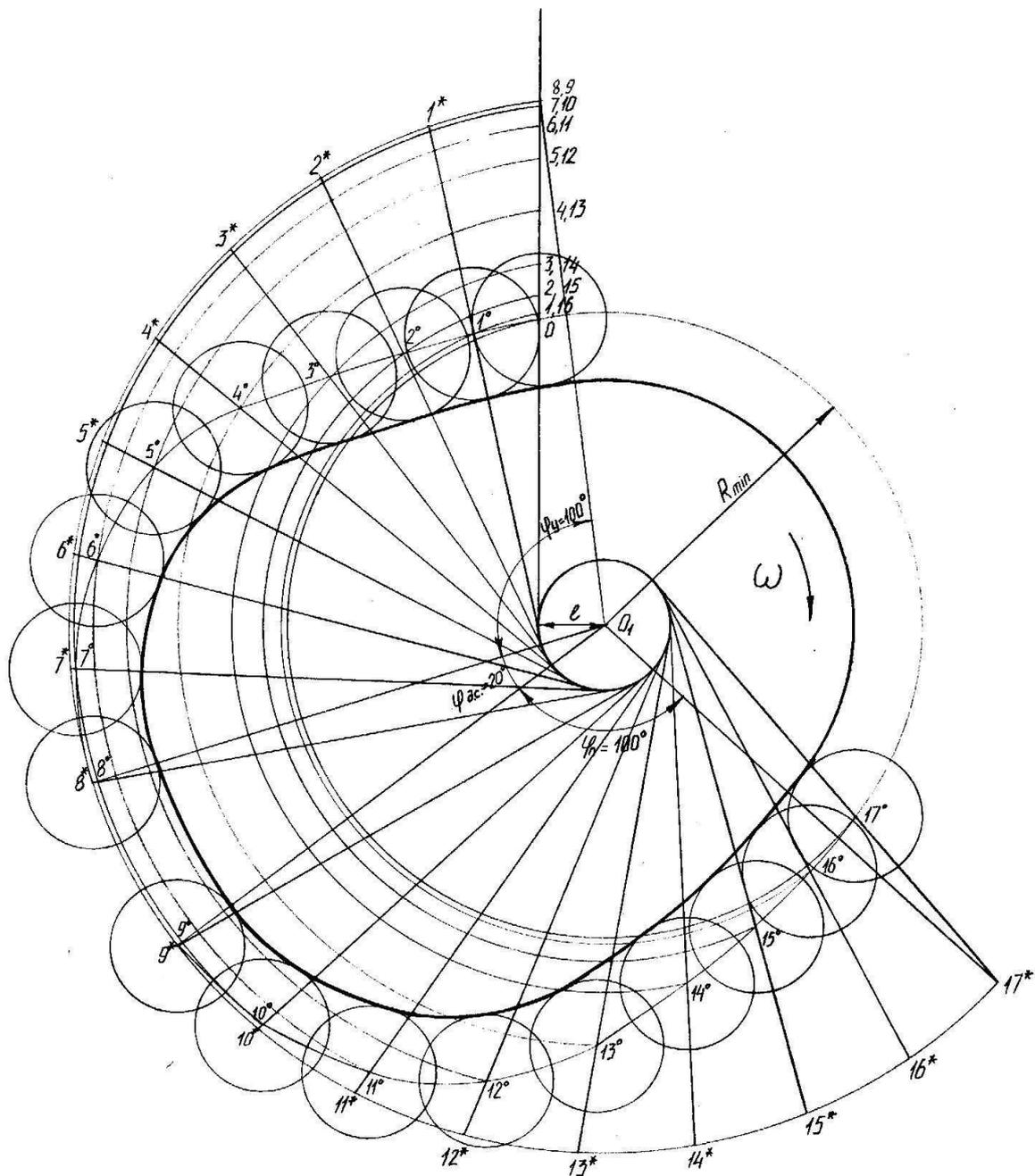


Рис.3.5.«б» Построение профиля кулачка механизма с поступательно движущимся толкателем со смещением «e»





### 3.2.3. Построение профиля кулачка с плоским толкателем

Из произвольно выбранной точки  $O_1$  (рис. 3.7) проводим окружность радиусом  $R_{\min} = r_0$  и вертикальную прямую  $O_1A$  определяющую положение стержня толкателя. В сторону, противоположную вращения кулачка, от прямой  $O_1A$  откладываем фазовые углы  $\varphi_y, \varphi_{д.с}, \varphi_n$ .

Дуги, стягивающие углы, делим на столько же частей, на сколько разделена ось абсцисс на графике  $S=S(\varphi)$ .

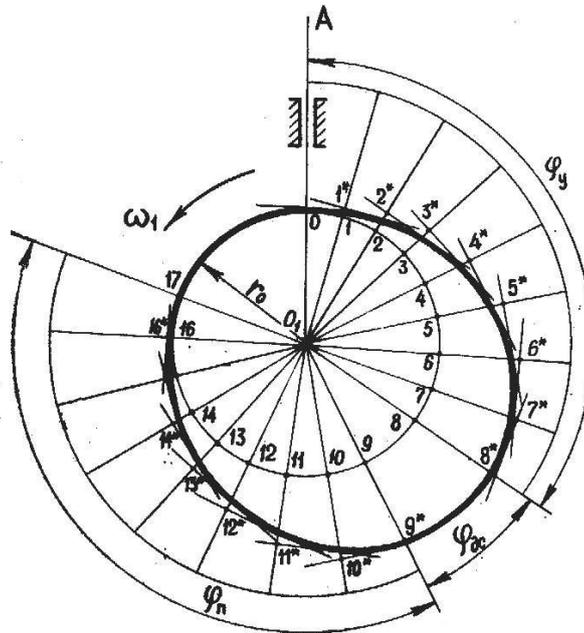


Рис.3.7. Построение профиля кулачка с плоским толкателем

Соединяем точки деления дуг 1, 2, 3 и т.д., с центром  $O_1$  прямыми. На этих прямых от окружности  $R_{\min}$  откладываем отрезки  $1-1', 2-2', 3-3' \dots$ , равные соответствующим ординатам графика  $S=S(\varphi)$ . Через точки  $1', 2', 3'$  и т.д. проводим перпендикуляры к прямым  $0-1', 0-2', 0-3'$  и т.д., которые означают положение плоскости толкателя при его движении относительно кулачка. Огибающая этих перпендикуляров и будет профилем кулачка.

### 3.3. Выбор радиуса ролика толкателя

Для уменьшения износа профиля кулачка и потерь на трение толкатель снабжают роликом. Радиус ролика  $r_p$  выбирают из двух условий:

а) из условия конструктивности

$$r_p \leq 0,4 R_{\min}$$

б) из условия заострения или самопересечения профиля кулачка

$$r_p \leq 0,7 \rho_{\min}$$

где  $\rho_{\min}$  — минимальный радиус кривизны профиля кулачка.

## 4. РАСЧЕТ МАХОВИКА ПО МЕТОДУ ВИТТЕНБАУЭРА

При расчете маховика пользуются методом приведения сил и моментов пар сил. Значение приведенного момента в общем случае определяется по формуле:

$$M_n = \frac{\sum P_i \cdot V_{pi} \cdot \cos(\bar{P} \wedge \bar{V})}{\omega_1} + \frac{\sum M_i \cdot \omega_i}{\omega_1}; \quad (4.1)$$

где  $P$  — сила, действующая на звено  $i$ ;  
 $V_{pi}$  — скорость точки приложения силы  $P_i$ ;  
 $\omega_1$  — угловая скорость звена приведения (кривошипа);  
 $M_i$  — момент пары сил, приложенный к звену  $i$ ;  
 $\omega_i$  — угловая скорость звена  $i$ .

В заданиях на курсовое проектирование чаще всего внешняя нагрузка задается в виде одной сосредоточенной силы ( $P_{п.с.}$ ). Приведенный момент от этой силы с учетом сил тяжести звеньев  $G_i$  определяется выражением:

$$M_{п} = \frac{P \cdot V \cdot \cos(\bar{P} \wedge \bar{V})}{\omega_1} + \frac{\sum G_i V_{S_i} \cos(\bar{G}_i \wedge \bar{V}_{S_i})}{\omega_1}; \quad (4.2)$$

Здесь  $V_{S_i}$  — скорость центра масс звена  $i$ .

По выражению (4.2) вычисляют  $M_{п}$  для всех 12 или 24 положений и строят график  $M_{п}=f(\varphi)$ . При этом нужно иметь в виду, что сила  $P_{п.с.}$  действует только при совершении механизмом рабочего хода. Методом графического интегрирования полученного графика строим график работ сил полезных сопротивлений (сил давления газов — в Д.В.С.).

Масштаб графика работ определяют по формуле

$$\mu_A = \mu_M \cdot \mu_\varphi \cdot H, \quad [\text{Дж/мм}]$$

где  $\mu_M$  — масштаб графика моментов, Н·м/мм;

$\mu_\varphi$  — масштаб графиков по оси  $\varphi$  рад/мм;

$H$  — полюсное расстояние, мм.

Так как момент сил движущих  $M_{д} = \text{const}$ , то график работ  $A_{д}$  есть прямая линия. Кроме того, при установившемся движении за цикл, работа движущих сил  $A_{д}$  равна работе сил сопротивления  $A_{с}$ . На основании этого соединяем начало и конец графика  $A_{с}=A_{с}(\varphi)$ , прямой линией и получаем график  $A_{д}=A_{д}(\varphi)$ . График  $M_{д}=M_{д}(\varphi)$  получаем путем дифференцирования графика  $A_{д}=A_{д}(\varphi)$ .

Далее строим график избыточной энергии  $\Delta E$  (избыточных работ). Для этого из ординат графика  $A_{д}$  следует вычесть ординаты графика  $A_{с}$  для всех 12 (24) положений механизма.

Далее для всех положений подсчитывают приведенный момент  $J_n$  инерции механизма из условия равенства кинетической энергии  $E_{мех}$  механизма и кинетической энергии  $J_n$  звена приведения, т.е.

$$E_n = \frac{J_n \cdot \omega_1^2}{2} = E_{мех}, \quad \text{откуда} \quad J_n = \frac{2E_{мех}}{\omega_1^2}, \quad (4.3)$$

После вычислений строят график  $J_n=J_n(\varphi)$ , который располагают под графиком  $\Delta E=\Delta E(\varphi)$ . Кинетическая энергия механизма складывается из кинетической энергии всех его звеньев.

Напомним, что кинетическая энергия звеньев механизма вычисляется по следующим формулам в зависимости от характера движения звена:

а) поступательное движение

$$E = \frac{mV^2}{2};$$

б) вращательное движение звена вокруг некоторой точки  $O$ :

$$E = \frac{J_0 \omega^2}{2};$$

где  $J_0$  — момент инерции звена относительно оси, проходящей через точку  $O$ ;

в) плоскопараллельное движение звена:

$$E = \frac{J_{S_i} \omega_i^2 + m_i V_{S_i}^2}{2};$$

где  $J_{Si}$  — момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс;  
 $V_{Si}$  — скорость центра масс рассматриваемого звена.

После построения графика  $J_n=J_n(\varphi)$  приступаем к построению графика  $\Delta E=\Delta E(J_n)$ , который получил название графика энергомасс, путем графического исключения общего параметра  $\varphi$ . Для этого правее и ниже оси абсцисс графика  $J_n=J_n(\varphi)$  проводят прямую под углом  $45^\circ$ . Через точку пересечения этой прямой и продолжения оси абсцисс графика  $J_n=J_n(\varphi)$  пройдет ось ординат графика  $\Delta E=\Delta E(J_n)$ , (ось  $\Delta E$ ). Ординаты графика  $J_n=J_n(\varphi)$  приведенных моментов инерции сносят сначала на наклонную прямую, а с нее на горизонтальные лучи, проведенные из одноименных ординат графика  $\Delta E=\Delta E(\varphi)$ .

Точки пересечения одноименных вертикальных и горизонтальных лучей соединяют последовательно плавной кривой. Полученная замкнутая кривая и будет графиком энергомасс  $\Delta E = \Delta E (J_n)$ . Началом координатных осей будет точка пересечения оси ординат (оси  $\Delta E$ ) и продолжением вправо оси абсцисс графика  $\Delta E = \Delta E (\varphi)$ .

Подсчитывают углы наклона касательных к графику энергомасс по формулам:

$$\Psi_{\max} = \arctg \frac{\mu_{J_n}}{2\mu_{\Delta E}}(1+\delta) \cdot \omega_1^2;$$

$$\Psi_{\min} = \arctg \frac{\mu_{J_n}}{2\mu_{\Delta E}}(1-\delta) \cdot \omega_1^2;$$

где  $\mu_{J_n}$  — масштаб по оси ординат графика;

$\mu_{\Delta E}$  — масштаб по оси абсцисс графика;

$\delta$  — коэффициент неравномерности;

$\omega_1$  — угловая скорость ведущего звена.

Верхняя касательная проводится под углом  $\Psi_{\max}$ , а нижняя — под углом  $\Psi_{\min}$ . Эти касательные отсекают на оси ординат графика отрезок  $KL$ , который в масштабе  $\mu_{\Delta E}$  дает величину  $\Delta E_{\max}$  максимального изменения кинетической энергии маховика за один цикл ( за один оборот).

Момент инерции маховика определяется по формуле:

$$J_M = \frac{\Delta E_{\max}}{\omega_1^2 \cdot \delta}, \quad [кг \cdot м^2]$$

После нахождения момента инерции маховика приступаем к определению его основных размеров. Маховик изготавливают либо в виде обода со спицами, либо в виде сплошного диска со ступицей. Материалом для изготовления маховиков служат чугун, сталь, алюминий, который выбирают в зависимости от окружной скорости точки, лежащей на наружном диаметре маховика  $D$ .

$$V_M = \omega_1 (1 + \delta) \cdot D/2$$

В первом приближении для автотракторных двигателей можно диаметр маховика принять равным двухкратной длине шатуна кривошипно—ползунного механизма, для остальных механизмов —  $D=3 \dots 5$  длины кривошипа.

При окружной скорости до  $40 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  применяют чугунные цельнолитые маховики со спицами. При  $40 \leq V_M \leq 100 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  маховик изготавливают из стали 45, стали 45Н и др. При  $V_M > 100 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  для маховиков следует принимать хромоникелевые стали 34ХТМ, 35ХМ, а также алюминиевый сплав АКЧ.

Дисковые маховики назначают при малых диаметрах

$$D \leq 300 \text{ мм} \text{ и } V_M > 100 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

В случае выполнения маховика в виде обода со спицами при определении его размеров весом втулки и спиц пренебрегают, т.е. считают, что момент инерции маховика определяется только его ободом. Считая, что масса обода сосредоточена на окружности среднего диаметра, и что величину  $D$  принимаем приблизительно, можно записать

$$J_M = \frac{GD^2}{4};$$

Величина махового момента

$$GD^2 = 4J_M;$$

Откуда масса маховика будет

$$m = 4J_M/D^2;$$

Далее определяют остальные конструктивные параметры:

Внутренний диаметр обода

$$d_3 = 0,8 \cdot D, \quad [м]$$

Ширина обода

$$b = 15,5 \cdot J_M / \rho \cdot D^4, \quad [м],$$

здесь  $\rho$  — плотность материала: для чугуна  $\rho = 7200 \text{ кг/м}^3$   
для стали  $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$

Наружный диаметр ступицы

$$d_2 = 0,25 \cdot D;$$

Внутренний диаметр ступицы

$$d_1 = 0,15D;$$

Ширина ступицы

$$b_{ст} = 1,1b;$$

Ширину дискового маховика определяют по формуле:

$$b = 5,1 \cdot J_M / \rho D^4, \quad [м].$$

Величины  $d_1, d_2, b_{ст}$  определяют аналогично маховику с ободом.

После вычисления всех параметров на листе 3 дается разрез маховика с указанием всех размеров.

## 5. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА И ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

В заданиях к курсовому проекту дается обычно схема сложного редуктора, состоящего из комбинации простой цилиндрической зубчатой передачи и планетарной передачи. Для простой передачи задают число зубьев обоих колес и их модуль, а для планетарной части — передаточное отношение и число сателлитов.

По этим данным для простой передачи необходимо рассчитать размеры эвольвентного зацепления с положительным неравносмещенным сдвигом рейки, а для планетарной части — спроектировать передачу исходя из условий соосности, соседства и сборки таким образом, чтобы не было заклинивания передачи и подреза зубьев.

### 5.1. Проектирование планетарной передачи (определение числа зубьев колес)

По величине  $U^{(3)}_{1H}$  ведут расчет числа зубьев всех колес, исходя из условий соосности, соседства и сборки.

Наибольшее распространение среди планетарных передач получили четыре: типовые их схемы, представленные на рис. 5.1.

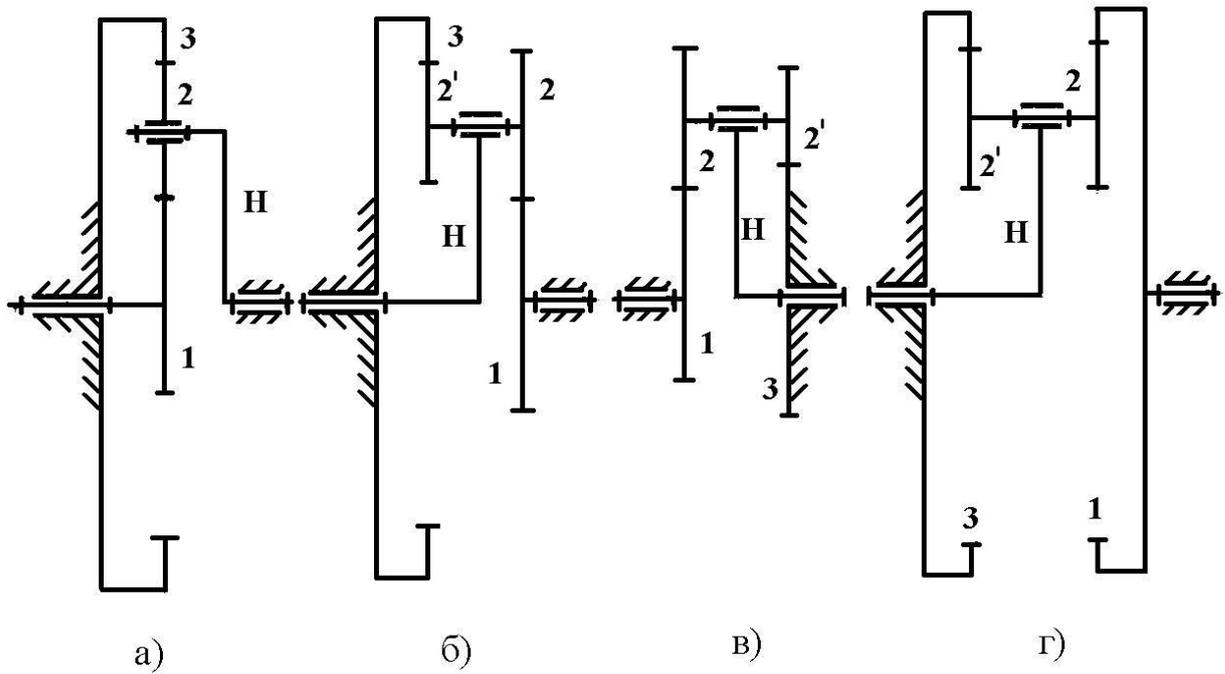


Рис.5.1. Типовые схемы планетарных передач

Воспользовавшись формулой Виллиса, запишем выражение для определения передаточного отношения  $U^{(3)}_{1H}$  от колеса 1 к водилу H при неподвижном колесе 3.

$$U^{(3)}_{1H} = 1 - U^{(H)}_{13} \quad (5.1)$$

где  $U^{(H)}_{13}$  — передаточное отношение от колеса 1 к колесу 3 при неподвижном водиле.

При передаче движения в обратном направлении, т.е. от водила к колесу 1 имеем

$$U^{(3)}_{H1} = 1 / U^{(3)}_{1H} = 1 / (1 - U^{(H)}_{13}) \quad (5.2)$$

Если неподвижным колесом является колесо 1, то формулы (5.1.) и (5.2) принимают вид:

$$U^{(1)}_{3H} = 1 - U^{(H)}_{31} \quad (5.3)$$

$$U^{(1)}_{H3} = 1 - U^{(1)}_{3H} = 1 / (1 - U^{(H)}_{31}) \quad (5.4)$$

После записи формулы передаточного отношения приступают к определению числа зубьев всех колес исходя из условий соседства, сборки и соосности. Условие соседства

$$\sin \frac{180^\circ}{k} > \frac{z_2 + 2}{z_1 + z_2}, \quad (5.5)$$

можно записать

где  $Z_1$  — числа зубьев подвижного центрального колеса;

$Z_2$  — число зубьев сателлита (схема а);

$K$  — число сателлитов.

Для схем б, в и г в выражении (5.5) подставляем число зубьев большего сателлита.

Условие сборки определяет равенство углов между сателлитами и записывается соотношением

$$z_1 + z_2/k = c \text{ (целое)} \quad (5.6)$$

Формулируется это условие так: механизм, имеющий в одной плоскости К сателлитов, может быть собран тогда, когда отношение суммы чисел зубьев центральных колес к числу сателлитов является целым числом.

Условие соосности для механизма типа а) будет

$$z_1 + 2z_2 = z_3$$

т.е. радиус колеса 3 равен сумме радиуса колеса 1 и двум радиусам сателлитов.

Тип б  $z_1 + z_2 = z_3 - z_2'$

Тип в  $z_1 + z_2 = z_3 + z_2'$

Тип г  $z_1 - z_2 = z_3 - z_2'$

Поскольку передаточное отношение планетарного механизма задано, то из выражения (5.1) находим (для схемы б)

$$U_{13}^{(H)} = 1 - U_{1H}^{(3)} = 1 - \left( -\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \frac{z_3}{z_2} = 1 + \frac{z_3}{z_1} \cdot \frac{z_2}{z_2};$$

В обращенном движении планетарный механизм представляет простую двухступенчатую передачу. Передаточным отношением одной ступени задаемся и определяем передаточное отношение второй ступени.

При проектировании механизмов необходимо учитывать ограничение, что все колеса должны быть нулевыми (неисправленными). Это значит, чтобы избежать заклинивания передачи с внутренним зацеплением необходимо выбирать число зубьев каждого колеса больше допустимого минимума  $z_{\min}$ . Для центральных колес с внешним зацеплением (колесо 1)  $z_{\min} \geq 17$ . Для сателлитов (колеса 2 и 2')  $z_{\min} \geq 20$ , а для центральных колес с внутренним зацеплением (колеса 3)  $z_{\min} \geq 85$ . Кроме того для колес 3 и сателлитов 2 и 2' разность чисел зубьев  $z_3 - z_2$  и  $z_3 - z_2'$  должна быть не менее 8.

Учитывая приведенные ограничения, задаемся  $z_1 = 17$

Определяем  $z_2 = z_1 \cdot U_{13}$ ;  $z_3 = z_2 \cdot U_{23}$ .

Подставляем эти выражения в условия соосности и определяем числа зубьев всех остальных колес. Окончательно числа зубьев колес устанавливаем после удовлетворения механизмом условиям соседства и сборки. Если какое — то из условий не выполняется, то принимаем  $z = 18$  и опять проверяем оба условия и т.д..

На листе 4 в левой его половине чертим схему планетарного механизма в выраженном масштабе в двух проекциях и приводим характеристику его в виде таблицы.

## 5.2. Проектирование эвольвентного зацепления

Исходными данными для проектирования эвольвентного зацепления являются:

1. Числа зубьев обоих колес  $z_1$  и  $z_2$  ( $z_a$  и  $z_b$ )
2. Модуль  $m$

Порядок расчета параметров:

1. Подсчитываем передаточное отношение

$$U_{12} = \pm \frac{z_2}{z_1};$$

По величине  $U_{12}$  в соответствии с таблицами (приложение в конце данных указаний ) согласно числу зубьев  $Z_1$  и  $Z_2$  находим коэффициенты относительного смещения  $X_1$  и  $X_2$ .

2. Определяем инволюту (эвольвентную функцию) угла зацепления и угол зацепления

$$\text{inv}\alpha_w = \frac{2(x_1 + x_2) \cdot \text{tg}\alpha}{z_1 + z_2} + \text{inv}\alpha,$$

где  $\alpha$  — угол профиля рейки. По ГОСТ 16530—78  $\alpha = 20^\circ$

$$\text{tg}20^\circ = 0,364;$$

$\text{inv}\alpha$  — эвольвентная функция  $20^\circ$

Инволюту можно вычислить по формуле

$$\text{inv}\alpha = \text{tg}\alpha - \alpha \quad (\text{в радианах})$$

или определить по таблице (приложение....)

$$\text{inv}20^\circ = 0,0149$$

После вычисления  $\text{inv}\alpha_w$  по той же таблице определяем величину угла зацепления  $\alpha_w$ .

3. Определяем межосевое расстояние передачи

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_w};$$

4. Определяем радиусы начальных окружностей

$$r_{w_1} = \frac{a_w}{U_{12} + 1}; \quad r_{w_2} = \frac{a_w \cdot U_{12}}{U_{12} + 1};$$

5. Определяем радиусы делительных окружностей

$$r_1 = \frac{mz_1}{2}; \quad r_2 = \frac{mz_2}{2};$$

6. Определяем радиусы основных окружностей

$$r_{B_1} = r_1 \cdot \cos\alpha; \quad r_{B_2} = r_2 \cdot \cos\alpha;$$

7. Определяем радиусы окружностей вершин

$$r_{a_1} = r_1 + (h_a^* + x_1 - \Delta y) \cdot m; \quad r_{a_2} = r_2 + (h_a^* + x_2 - \Delta y) \cdot m;$$

$\Delta y$  — коэффициент уравнительного смещения.

Определяем его по приложению 1 или 2.

$h_a^*$  — коэффициент высоты головки зуба,  $h_a^* = 1$

8. Определяем радиусы окружности впадин

$$r_{f_1} = r_1 - (h_a^* + C^* - x_1) \cdot m; \quad r_{f_2} = r_2 - (h_a^* + C^* - x_1) \cdot m;$$

Здесь  $C^*$  — коэффициент радиального зазора,  $C^* = 0,25$ .

9. Определяем шаг по делительной окружности

$$P_t = \pi \cdot m;$$

10. Определяем углы профилей зубьев по окружности вершин;

$$\alpha_{a_1} = \arccos \frac{r_{b_1}}{r_{a_1}}; \quad \alpha_{a_2} = \arccos \frac{r_{b_2}}{r_{a_2}};$$

11. Определяем коэффициент перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \left[ z_1 \cdot \text{tg}\alpha_{a_1} + z_2 \cdot \text{tg}\alpha_{a_2} - (z_1 + z_2) \cdot \text{tg}\alpha_w \right] / 2\pi.$$

После расчета параметров зацепления строим график зацепления. Методика построения ее изложена в примере выполнения курсового проекта, образец на рис. 5.2.

По картине зацепления определяем коэффициент перекрытия

$$\varepsilon'_\alpha = \frac{dd'}{P_w};$$

где  $P_w$  — шаг зацепления по начальной окружности.

Величину  $\varepsilon'_\alpha$  сравниваем с расчетным  $\varepsilon_\alpha$ .

В заключении строим график удельных скольжений, предварительно подсчитав их по формулам:

$$\nu_1 = 1 - \frac{q-x}{x \cdot U_{12}}; \quad \nu_2 = 1 - \frac{x \cdot U_{12}}{q-x},$$

где  $q$  — длина теоретической линии зацепления,

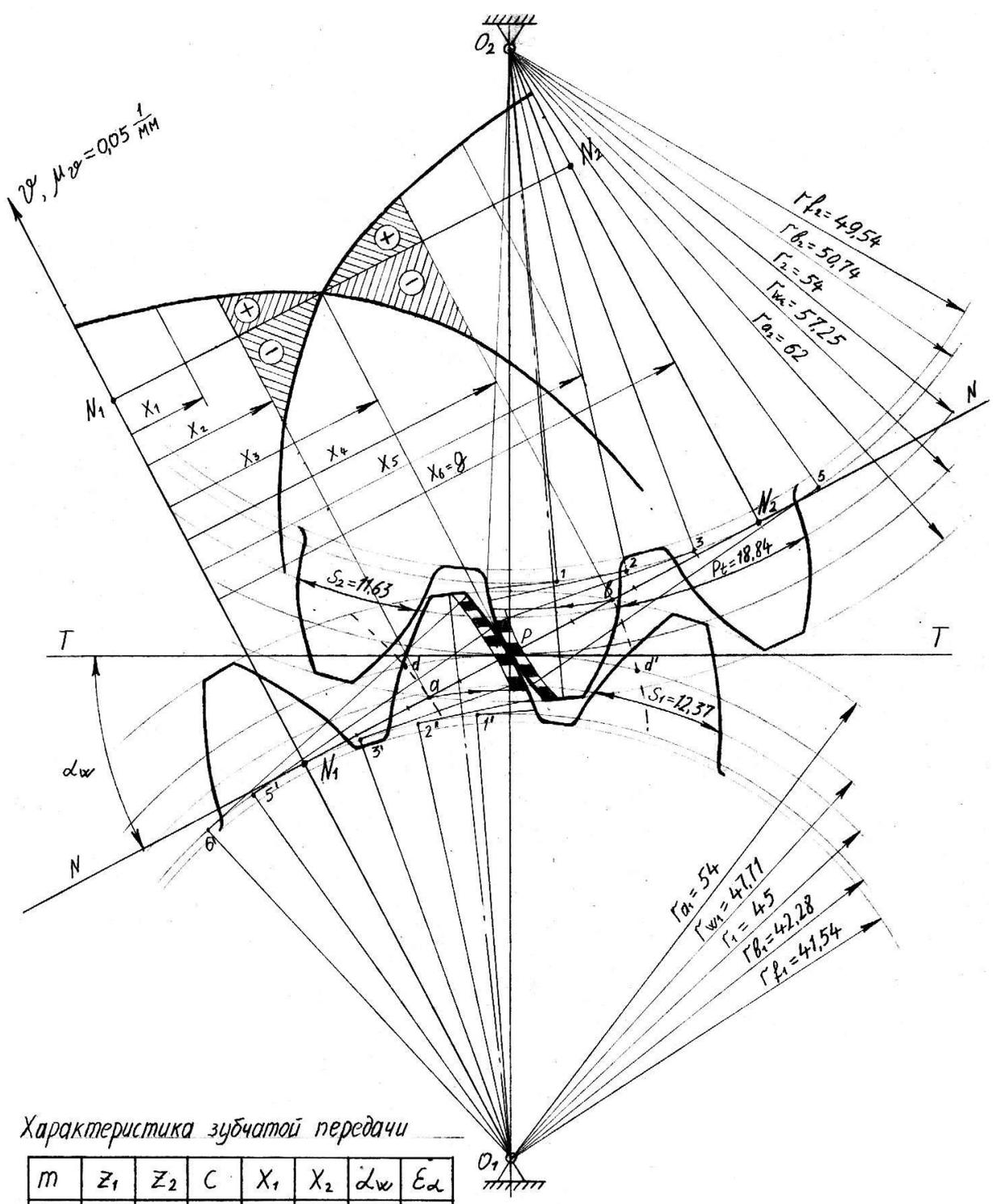
$x$  — текущее значение абсциссы.

Расчетные данные сводятся в таблицу и по ней строится график удельных скольжений в выбранном масштабе. Единицу скольжения изображают отрезком «у» мм, тогда масштаб будет

$$\mu_v = 1/y; \quad \left[ \frac{1}{\text{мм}} \right].$$

Картина эвольвентного зацепления размещается на правой половине листа 4. Масштаб выбирают возможно меньшим, чтоб получилось более полное заполнение листа. В свободном месте приводится таблица с параметрами зацепления.

Внешнее эвольвентное зацепление  $\mu_{aw} = 0,32 \frac{mm}{mm}$



Характеристика зубчатой передачи

$m$	$z_1$	$z_2$	$c$	$x_1$	$x_2$	$d_w$	$\epsilon_\alpha$
6	15	18	0,25	0,677	0,508	27°35'	1,16

Рис. 5.2. Построение эвольвентного зацепления

## ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКЕ

1. Записка пишется рукописным, машинописным или в компьютерном варианте на одной стороне формата А4 (210 x 297)
2. По периметру листа проводят рамку: слева 20 мм, с 3х сторон по 5 мм.
3. Первый лист пояснительной записки заполняется согласно образцу (титульный лист).
4. На первых страницах полностью переписывается содержание задания и приводятся схемы механизмов. Исходные данные дают в виде таблицы.
5. Записка должна иметь наименование разделов, соответствующие названиям разделов заданий. Каждый раздел начинается с новой страницы. Номер раздела обозначается арабскими цифрами. Например: 4. Расчет маховика. Каждый раздел должен иметь подразделы (4.1, 4.2 и т.д.)
6. Все расчеты в записке сопровождаются соответствующими схемами, вычерченными в произвольном масштабе с применением чертежного инструмента.
7. Все страницы документа нумеруются в средней верхней части поля.
8. Все рисунки и таблицы, приводимые в записке должны иметь название и номер. Нумерация допускается как сквозная, так и по разделам.
9. Определяемые величины должны сопровождаться краткой характеристикой с записью расчетной формулы в общем виде. Результаты записываются с указанием размерности.
10. Пояснительная записка сопровождается списком используемой литературы и оглавлением.

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА:

№ п/п	Наименование	Автор(ы)	Год и место издания
1.	Теория механизмов и машин	Лачуга Ю.Ф.	2015, М.: Транслог
2.	Основы проектирования машин	Дьяков Н.Ф., Недоводеев В.Я. и др.	2012, Ульяновск: УлГТУ,
3.	Теория механизмов и механика машин	Тимофеев С.И.	2011, Ростов н/Д: Феникс
4.	Теория механизмов и механика машин	Фролов К.В.	2001, М.: Высш. школа
5.	Теория механизмов и машин	Фролов К.В.	2001, М.: Высш. школа
6.	Теория механизмов и машин. Кинематика, динамика, расчет	Лачуга Ю.Ф.	2006, М.: КолоС,
7.	Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин	Попов С.А., Тимофеев Г.А.	2008, М.: Высш. школа
8.	Теория механизмов и машин	Тимофеев Г.А.	2009, М.: Высш. школа
9.	Теория механизмов и машин	Матвеев Ю.А., Матвеева Л.В.	2009, Альфа-М, Инфра-М

## 6. Интернет-ресурсы

Организации	Адрес
<b>Справочно-поисковые системы</b>	
Рамблер	<a href="http://www.rambler.ru">http://www.rambler.ru</a>
Яндекс	<a href="http://www.ya.ru">http://www.ya.ru</a>
<b>Информационные агентства</b>	
Федеральный Интернет-экзамен в сфере профессионального образования	<a href="http://www.fepo.ru/">http://www.fepo.ru/</a>
<b>Электронные учебники</b>	
Учебные наглядные пособия и презентации по курсу «Теория механизмов и машин» (диск, плакаты, слайды)	<a href="http://www.labstend.ru/site/index/uch_tech/index_full.php?mode=full&amp;id=190&amp;id_cat=353">http://www.labstend.ru/site/index/uch_tech/index_full.php?mode=full&amp;id=190&amp;id_cat=353</a>
Мицкевич В.Г., Накапкин А.Н. Теория механизмов и машин. Учебное пособие - Москва: РГОТУПС, 2002.- 181 с.	<a href="http://www.iqlib.ru/book/preview/835A11CB37FA45DAA0350A8C41EC0B45">http://www.iqlib.ru/book/preview/835A11CB37FA45DAA0350A8C41EC0B45</a>
Учебники по ТММ	<a href="http://dmtmm.khstu.ru/index.php?Action=TMM-BOOKS">http://dmtmm.khstu.ru/index.php?Action=TMM-BOOKS</a>
Российское образование. Федеральный портал	<a href="http://www.edu.ru/db/portal/sites/elib/e-lib.htm">http://www.edu.ru/db/portal/sites/elib/e-lib.htm</a>
Электронный журнал «Теория механизмов и машин»	<a href="http://tmm.spbstu.ru">http://tmm.spbstu.ru</a>
<b>Словари</b>	<a href="http://slovari.yandex.ru/dict/glossary/">http://slovari.yandex.ru/dict/glossary/</a>

## Приложения

### Приложение 1

Таблица значений коэффициента уравнительного смещения  $\Delta y$   
 $2 > U_{12} > 1$  по В. Н. Кудрявцеву

$Z_1$	$\Delta y$								
10	0,110	17	0,215	24	0,278	31	0,319	38	0,441
11	0,127	18	0,227	25	0,285	32	0,323	39	0,344
12	0,145	19	0,2239	26	0,292	33	0,328	40	0,347
13	0,160	20	0,250	27	0,298	34	0,332	41	0,350
14	0,175	21	0,257	28	0,303	35	0,335	42	0,351
15	0,190	22	0,265	29	0,308	36	0,338	43	0,352
16	0,202	23	0,272	30	0,315	37	0,341	44	0,353

### Приложение 2

Таблица значения коэффициентов уравнительного смещения  $\Delta y$  и  
 относительного смещения  $X_1$  при  $2 < U_{12} < 5$  по В.Н. Кудрявцеву

$Z_1$	$\Delta y$	$X_1$	$Z_1$	$\Delta y$	$X_1$	$Z_1$	$\Delta y$	$X_1$
10	0,15	0,59	20	0,25	1,22	30	0,25	1,63
11	0,16	0,66	21	0,25	1,27	31	0,25	1,67
12	0,17	0,73	22	0,25	1,31	32	0,25	1,71
13	0,18	0,80	23	0,25	1,35	33	0,25	1,74
14	0,19	0,86	24	0,25	1,39	34	0,25	1,77
15	0,20	0,92	25	0,25	1,43	35	0,25	1,81
16	0,21	0,98	26	0,25	1,47	36	0,25	1,85
17	0,22	1,04	27	0,25	1,51	37	0,25	1,88
18	0,23	1,10	28	0,25	1,55	38	0,25	1,92
19	0,24	1,16	29	0,25	1,59	39	0,25	1,96

Таблица значений коэффициентов  $X_1$  и  $X_2$  при  $2 \geq U_{12} \geq 1$  по В.Н. Кудрявцеву

Приложение 3

Порядок $Z_2$	$Z_1=11$		$Z_1=12$		$Z_1=13$		$Z_1=14$		$Z_1=15$		$Z_1=16$		$Z_1=17$		$Z_1=18$	
	$X_1$	$X_2$														
11 0,	395	395														
12 0,	432	372	444	444												
13 0,	464	354	479	423	486	486										
14 0,	490	341	515	400	524	462	525	525								
15 0,	513	330	543	486	557	443	565	506	571	571						
16 0,	534	392	566	376	558	426	600	485	607	547	608	608				
17 0,	551	317	580	365	614	414	631	468	644	586	644	585	646			
18 0,	568	312	609	358	636	405	661	452	677	508	678	566	683	624	684	684
19 0,	584	308	626	353	659	394	686	441	706	492	716	542	720	601	723	658
20 0,	601	303	646	345	676	389	706	433	731	481	744	528	756	580	756	636
21 0,	617	299	663	341	694	384	726	426	754	472	766	519	781	568	792	617
22 0,	630	297	679	337	714	376	745	419	775	463	793	507	809	554	814	609
23 0,			673	334	730	372	763	414	792	458	815	497	833	543	849	588
24 0,			706	333	745	369	780	409	813	449	834	491	856	534	871	579
25 0,					758	368	796	405	830	445	854	483	878	525	898	566
26 0,					773	365	813	400	848	440	860	480	898	517	916	561
27 0,							826	399	863	438	892	470	916	511	937	552
28 0,							840	397	881	431	907	467	936	504	958	543
29 0,									894	430	921	465	952	500	976	537
30 0,									908	426	936	462	968	496	994	532
31 0,											951	459	981	494	1011	528
32 0,									967	455	967	455	999	490	1026	525
33 0,													951	459	1041	522
34 0,													967	455	1059	516
35 0,															1072	514

Пример: определения коэффициентов  $X_1$  и  $X_2$ ;  $Z_1=12, Z_2=18, X_1=0,609, X_2=0,358$

Таблица значений коэффициентов относительного смещения  $X_2$  при  $5 \geq U_{12} \geq 2$  по В.Н. Кудрявцеву

$Z_2$	Поря док	$Z_1$																							
		10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24									
20	0,	397	381	364																					
25	0,	458	442	425	409	401																			
30	0,	517	501	486	471	463	458	451	445																
35	0,	571	556	542	528	522	518	512	505	449	493														
40	0,	625	610	596	582	577	575	569	564	560	553	547	509	481											
45	0,	673	661	618	635	632	628	624	620	616	611	606	566	538	508	481									
50	0,	721	709	696	689	684	682	677	674	671	667	662	6223	594	564	535									
55	0,		754	745	734	732	731	728	727	722	720	716	677	647	618	588									
60	0,			789	782	780	779	778	777	773	772	769	729	697	668	636									
65	0,				822	825	826	827	825	823	821	820	778	748	719	687									
70	0,					866	870	872	874	871	869	868	828	797	768	736									
75	0,						909	914	917	920	919	916	876	846	816	786									
80	0,							954	957	961	962	965	925	891	859	828									

Приложение 5

Таблица значений эвольвентной функции  $\text{inv}\alpha = \text{tg}\alpha - \alpha$  (радианах)

Угол	Порядок	0'	10'	20'	30'	40'	50'
20	0,0	149	153	157	161	165	169
21	0,0	173	178	182	187	191	196
22	0,0	200	205	210	215	220	225
23	0,0	230	236	241	247	252	258
24	0,0	263	269	275	281	287	293
25	0,0	300	306	313	319	326	333
26	0,0	339	346	353	361	368	375
27	0,0	383	390	398	406	414	422
28	0,0	430	438	447	455	464	473
29	0,0	482	491	500	509	518	529
30	0,0	537	547	557	567	577	588
31	0,0	598	608	619	630	641	652
32	0,0	664	675	687	698	710	732
33	0,0	734	747	759	772	785	798
34	0,0	811	824	838	851	865	879
35	0,0	893	908	922	937	951	967
36	0,0	98	100	101	103	1045	106
37	0,0	108	109	111	113	1145	116
38	0,0	118	120	122	123	125	127
39	0,0	129	131	133	135	137	139
40	0,0	141	143	145	147	149	151

Приложение 6

Таблица натуральных величин  $\cos\alpha$

Угол	Порядок	0'	10'	20'	30'	40'	50'
20	0,	940	939	938	937	936	935
21	0,	934	932	931	930	929	928
22	0,	927	926	925	924	923	922
23	0,	920	919	918	917	916	915
24	0,	913	912	911	910	909	907
25	0,	906	905	904	903	901	900
26	0,	899	897	886	895	894	892
27	0,	891	890	888	887	886	884
28	0,	883	882	880	879	877	876
29	0,	875	873	872	870	869	867
30	0,	886	865	863	862	860	959